

athematic

Deuxième Secondaire

Livre de l'élève Premier Semestre

Section scientifique

2019 _ 2020

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم والتعليم الفئي

Auteurs

Mr. Kamal Yones Kabsha

Prof. Dr. Afaf Abo Elfotouh M. Cerafiem Elias Skander

M. Magdy Abdelfatah Elsafty M. Ossama Gaber Abd-El-Hafez

Traduction Révisée par

M. Fathi Ahmed Chehata M. Adel Mohamed Hamza

M. Nasser Saad Zaghloul

Tous droits réservés ne pas autoriser de publier ou copier ou mémoriser par n'importe quel moyen sans autorisation écrite par l'éditeur.

Avant-propos

بسم الله الرحمن الرحيم

Nous avons le plaisir de vous présenter ce manuel et la philosophie sur laquelle le contenue de ce livre a été fonder et que nous allons résumer dans ce qui suit :

- 1 Développé de l'unité de la connaissance et son intégration dans les mathématiques ainsi que l'intégration des notions et la liaison entre tous les différents domaines des mathématiques scolaires
- 2 Donné à l'apprenant tout de qui est opératoire des informations des notions et des stratégies de résolution des problèmes
- 3 Adopté l'accès des normes nationaux et les niveaux éducatifs de l'enseignement en Égypte à partir
 - a) L'identification de ce qui est indispensable pour l'apprentissage des élèves et les monfs d'apprentissage
 - La détermination précise des compétences attendues de l'élève Pour cela, on a axé sur les points sui vauts
 - l'apprentissage des mathématiques soit un but à attendre continuellement par l'élève dans sa vie
 - la monvation de l'apprenant vers les mathématiques
 - la capacité du travail individuel et le travail en groupe
 - « l'activité l'assiduité et la créativité de l'apprenant
 - « l'aptitude de l'apprenant à communiquer en langage methématiques
- 4 Suggéré des méthodes et des stratégies d'enseignement dans le livre du maître
- 5 Suggéré des activités variées convenables au contenue pour que l'apprenant choisisse l'activité qui lui
- 6 Estimé les methématiques et les apports des savants musulmans, arabes et étrangers pour le développement des mathématiques

Ce manuel comporte trois domaines :

- L'algèbre le relation set les fonctions Le calcul différentiel et intégral La ingonomètre
- On a répartis le manuel en des unités intégrés et interonnactés. Pour chaque de ces unités, il y a use introduction qui indique les compétences attendues de l'élève, un organigramme et les vocabulaires. Chaque unité comprend des leçons dont l'objectif est titré A apprendre et chaque des leçons commence par une idée principale qui est l'axe de l'apprentissage.
 - Le contenue scientifique est hiérarchisé de plus simple au plus compliqué et comporte des activités adaptés au niveau de compétence des élèves et à leurs différences individuelles des activité visent à relier les mathématiques par les autres disciplines aussi bien que chercher des haisons et des applications de la vie courante. La rubrique Décelez l'erretir vise à remédier les eneurs comminses des élèves. Le manuel actuel contient également des que stons hées à l'environnement et son traiteurent.
- Chaque leçon, contient des exemples variés, suivant les niveaux taxonomique et qui vont de plus facile au plus difficile, suivis par des exercices intrés Essayez de résoudre et enfin de la leçon des Exercices qui propose des problèmes variés abordent les notions et les compétences envisagées au cours de la leçon
- La parti illustrative de l'unité se terrime par un Résumé comporte de qu'il faut retenir de l'unité ensuit.
 Exercices généraux sur les nomons et les capacités acquises au cours de l'unité.
- L'unité se termine par un fipreuve cumulative pour mesurer le niveau des compétences attendues acquises
 à la fin de l'unité.
- La clôture du livre est par des Épreuves générales pour évaluer le niveau des compétences attendues acquises à la fin du sernestre

Enfin nous espérons que ce travail sera bénéfique pour vous et pour notre chère Egypte.

Et que Dieu soit dernière de l'intention, guide vers le droit chemin.

SOMMAIRE

Unité	1 - 1 Fonctions réelles	4
	1 - 2 Quelques propriétés des fonctions	16
1	1 - 3 Sens de variation des fonctions.	25
2 7	1 - 4 Représentations graphiques des fonctions.	30
rep	1 - 5 Equations et inéquations.	48
ctions rée eprésenta graphique	Résumé de l'unité	57
ons rée ésenta phique	Exercices généraux	59
onctions réelles t représentation graphique	Épreuve cumulative	61
Unité 2	2-1 Puissances fractionnaires.2-2 Fonction exponentielle et applications.	64
_		
u.	2 - 3 Résolution des équations exponentielle.	77
e ss	2-4 Fonction réciproque.	81
nce	2 - 5 Fonction logarithme et sa représentation graphique.	86
ce, Logrith	2 - 6 Quelques propriétés des logarithmes.	92
grit	Résumé de l'unité	99
Logrithmes	Exercices généraux	101
0	Épreuve cumulative	103

SOMMAIRE

Unité	3 - 1 Introduction aux limites.	106	
	3-2 Déterminé la limite d'une fonction algébriquement,	113	
	3-3 Limite d'une fonction à l'infini.	121	
	3 - 4 Limite des fonctions trigonométriques.	127	
0 -	3-5 Existence de la limite d'une fonction en un point		
ö =	đonné.	132	
<u> </u>	3 - 6 Continuité.	137	
Limites et continuité	Résumé de l'unité	146	
ité et	Exercices généraux	148	
	Épreuve cumulative	150	
Unité 4	4-1 Loi de sinus. 4-2 Loi de cosinus.	154 164	
Trig	Résumé de l'unité	174	
Trigonométrie	Exercices généraux	175	
	Épreuve cumulative	178	
Épreuves	Épreuves générales	180	
générales et Réponse	Réponses de quelques exercices	191	



Introduction de l'unité

Le savant Suisse de mathématiques et physique, Leonhard failer (1807-1873) fut l'un de plus important des savants de 18 ième siècle ,il la généralisé un multitude des expressions mathématiques somme la nation de la fonctions. Il est le premier qui utilisé la notation y e l'el pour exprimer la fonction en considérant que la fonction est une relation entre les éléments de deux ensembles de sorte qu'on puisse calculer la valeur d'une variable dépendant y à partir d'un autre variable indépendant choisit librement de qui est enduit à transformer la géomètre en relations arrhimétiques ainsi que les rapports trigonométriques, connues par les pharaons et les babéliens et maitrisées par les arabes, en fonctions trigonométriques.

Euler a introduit le consant « « 3.71 608 (nombre d'euler) comme une b,se du loganitime népérien, il a découvert la relation « * + 1 = 0 qui relie les cinq constants les plus importants en mathématiques.

Il a également relié les fonctions triganométriques par les fonctions exponentielles et les nombres complexes. Dans cette unité, on va aborder des différences formes des fonctions réciles représentation graphique, ir ansformation le su représentation, logiques, utilisel les fonctions réciles pour résoudre des problèmes de la vie courante dans les différents domaines.

(

Compétences attendues de l'unité

Après l'étude de l'unité, il est prévu que l'élève soit capable de:

- Reconnaître le concept de la fonction réellé
- Déterminer l'ensemble de définition, l'ensemble d'arrivée et l'ensemble rouge d'une fonction réelle.
- Reconnaitre quelques propriétés des fonctions réelles
- G blensher ha fonctions injectives
- Identifier les forictions paires et les fonctions impaires et les distingues
- Déduire le seus de variation d'une fonction réelle (croissante, décroissante ou constanté).
- 3 Identifier les polynômes.
- Trace les courbes représentatives des fonctions (carré – valeus absolue – cubique – rationnelle

- $f(x) = \frac{1}{x}$ let déduire les propriétés de charante d'elles
- Déduire l'effet des transformations fix à al, fixì à a sur les fonctions précédenament cirées
- Déduire l'effé de flax et afix eur les fonctions précédentes
- Appliquer les bansformations précédentes sin le tracé des courbes des fonctions réelles.
- We souther the equations the later region $|ax + b| = c \cdot |ax + b| = |ax + c|$, |ax + b| = cx + di
- Résoudre des inéquations de la forme:
 [ax + b] < c , [ax + b] > c ,
 [ax + b] ≤ c , [ax + b] ≥ c

- Utiliser les fonctions réelles pour résoudre des problèmes mathématiques et des problèmes de la vie quotidienne dans les différents domaines.
- Rélier les connaissances étudiées sur transformations précédentes aux fonctions trigonomériques sous forme d'activités
- Utiliser le logiciel « Geogébra » pour représenter les fonctions graphiquement et voir l'effet des transformations sur ces fonctions
- O Utilise une calcularice programmable pour représenter les fonctions graphiquement et voir l'effet des transformations au res fonctions

Expressions de base

- Tonction riselle
- Ememble de définition
- Ergenble d'arrive
- Ernemble emake
- E. Unaydeglas-vertical
- Гопскоп définie раз токовия
- E Composition de fonctions
- E Panction pains
- E Fonetian Impales

- 6 Fonction injection
- Sens die verfattion d'usel fonction
- E. Foriction coalssante
- E Rencolon de consente-
- 5 Fonction constinue
- E Fenyttion polynôme
- Fonction valeur absolute
- É fishation du séasad dégré
- E Epistico rationnelle

- E Asymptone
- E Transformation
- É Translation
- Santaligae
- E Homothésie
- 5 Solution graphique

Organigramme del'unité

Leçons de l'unité

Leçon (1 - 1): Fonctions réelles

Lecon (1 - 2): Quelques propriétés des fonctions

Legen (1 - 3): Sens de variation des fonctions

Leçon (1 - 4): Représentations graphiques des fonctions.

Leçon (1 - 5): Equations et inéquations

Aides pédagogiques

Calculatrice programmable - Ordinateur -Logiciels Craph - Geogebra



Fonctions réelles

1 - 1

Allez apprendre

- La notion de fonction réelle.
- Le test de la droite verticale.
- La forcalon définie par morceaux.
- Lidentification de l'ensemble de définition et l'ensemble image de la fonction.
- Lés opérations sur les fonctions.



- · Fonction
- · Ensemble de définition
- · Ensemble d'artivée
- · Ersemble image
- » Diagramme sagittale
- › Diagramme cartésien-
- · Droite verticole
- Définition par marceaux.

Aides pédagogiques

- Calculatrice scientifique
- Logidels de graphisme



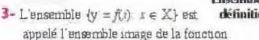
Sait $f: X \longrightarrow Y$ Le graphe de la fonction f = $\{(x; y): x \in X,$ $y \in Y, y = f(x)\}$

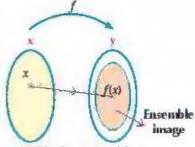
Decouvrir

Vous avez déjà étudié la notion de fonction C est une relation entre deux ensembles non vides X et Y tels que à chaque élément de l'ensemble X on associe une seule image de l'ensemble Y. La fonction est notée par l'un des symbole f,g,h. La fonction f s'écrit de l'ensemble X vers l'ensemble Y comme suit f X \longrightarrow Y qui se lit efest une fonction de X vers Y»

On remarque que:

- Pour tout élément x ∈ X , il existe un élément unique y ∈ Y tel que; y = f(x)
- 2- L'ensemble K est appelé l'ensemble de définition de la fonction et l'ensemble V est appelé l'ensemble d'arrivée de la fonction.





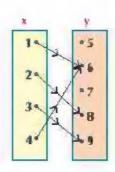
Ensemble de Ensemble définition d'arrivée

Fonctions réelle

Une fonction est dité une fonction réelle si son ensemble de définition et son ensemble d'arrivée sont des parties de nombres réels R

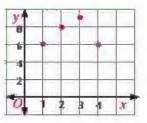
Exemple

I La relation de l'ensemble X vers l'ensemble
Y indiquée par le diagramme sagittal ci-contre
représente use fonction L'ensemble X est son
ensemble de définition = (1,2,3,4) L'ensemble
Y est son ensemble d'arrivée = (5,6,7,8,9)
L'ensemble (6,8,9) est son ensemble image de
la fonction Cette relation peut être représentée
par le diagramme cartésien suivant Le graphe
de la fonction = ((1,6), (2,8), (3,9), (4,6))



Remarquez que : de l'exemple paécédent

- 1- La représentation graphique de la fonction est un ensemble discontinu des points.
- 2- La droite verticale passant par les éléments de l'ensemble de définition coupe la représentation en un seul point



Essayez de résoudre

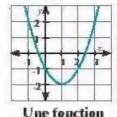
- 1 Dans les figures ci-contre. Si it est le nombre des rangs et y est l'aire de la figure en unité carrés. les petits carrés sont identiques.
 - a Quel est la valeur de y a r=5et a r=97
 - Ecrivez la relation entre le nombre des rangs de la figure et son aire
 - Cette relation est-elle une fonction de X vers Y ? Pourquoi?

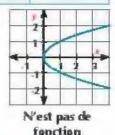
X.	Y	
2	3	
3	8	
4		
5		



Test de la droite verticale

Si la droite verticale en tout élément de l'ensemble de définition passe par un seul point des points représentants la relation, alors cette relation est une fonction de X Y

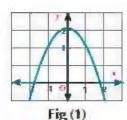




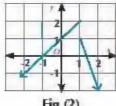


Déterminer les relations qui représentent des fonctions

2 Dans chacune des figures suivantes, montrez si y représente une fonction en x ou non



Colution





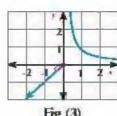


Fig. (3)

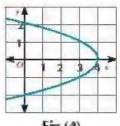
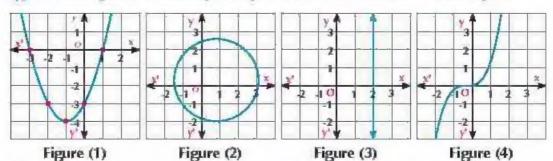


Fig. (4)

- La figure (1) représente une fonction
- La figure (2) ne représente pas de fonction car la droite verticale passant par le point de coordonnées (1 ; 0) coupe la courbe en deux points
- La figure (3) représente une fonction
- La figure (4) ne représente pas de fonction car il existe au moins une droite verticale qui coupe la courbe en plus qu'un point

Essayet de réxuelles

(2) Parmi les figures suivantes, laquelle représente une fonction de X --- Y. Pourquoi?



Exemple

Détermination de l'ensemble définition et l'ensemble image

- (3) Soit f: [1;5] R où f(x) = x + 1

 Tracez la courbe représentative de la fonction f, déduisez-en l'ensemble image de f.
 - b Soit $g: [1; 5] \longrightarrow \mathbb{R}$ où g(x) = x + 1Tracez la courbe représentative de la fonction g, déduisez-en l'ensemble image de g.

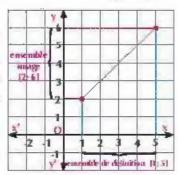
O Splution

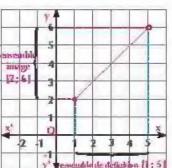
a La fonction f est une fonction affine, son ensemble de définition est [1;5] Elle est représentée graphiquement par un segment de droite dont les extrémités sont les deux points de coordonnées (1; f(1)), (5; f(5)) ou les deux points de coordonnées (1; 2), (5;6).

L'ensemble irrage de f = [2:6]

C'est l'ensemble des ordonnées des points appartenant à la courbe de la fonction.

La fonction g est une fonction affine, son ensemble de définition est [1;5] il est claire que g(x)=f(x); ∀x∈[1;5].
Elle est représentée graphiquement par un segment de droite dont l'une de ses extrémités est le points de coordonnées (1;2) on élimine le point de coordonnées (5;6) en posant un rond vide à l'autre extrémité du segment. L'ensemble irrage de g = [2;6]





Essayez de résoudre

Tracez la courbe représentative de la fonction f, déduisez l'ensemble image de f.

b Soit g:]- ∞ ; -I[$\longrightarrow \mathbb{R}$ où g(x) = I - xTracez la courbe représentative de la fonction g, déduisez l'ensemble image de g.

Fonction définie par morceau:



Pour diminuer la consumation de l'électrioité, de l'eau et de gaz, on calcule la valeur de la consumation mensuelle suivant des tranches particulières qui relient la quantité de consommation par sa valeur. Le tableau suivant indique les tarifs, en piastres, des tranches de la consommation mensuelle de gaz naturel. Avec votre camarade, calculez les tarifs, en piastres, de la consommation d'une maison pour les quantités suivantes:

Consommationen mêtres cubes	Tarifs en piastres
Jusqu'à 25	40
Plus que 25 Jusqu'à 50	100
Pius que 50	150

- 1- 30 mètres oubes par mois.
- 2- 60 mètres cubes par mois.

[Les taxes et les frais de services sont ajoutes apres avoir calcule la valeur de la consorumation mensuelle]

On peut exprimer le tableau précédent par la fonction f pour calculer les tarifs de consumation mensuel de $\tau \in \mathbb{R}$ metre cube par:

$$f(x) = \begin{cases} 40 \ x & \text{si} & 0 \le x \le 25 \\ 100 \ x & 1500 & \text{si} & 25 < x \le 50 \\ 150 \ x & 4000 & \text{si} & x > 50 \end{cases}$$

Cette fonction est une fonction réelle definie par morceaux (définie sur plusieurs intervalles)



La fonction définie par morceaux est une fonction réelle, pour quelques parties de son ensemble de définition sont attribués des règles de définitions différentes.

Essayez de résoudre

- (4) En utilisant la fonction précédentes, vérifiez votre réponse avec vos camarades, puis calculer les tarifs de la consommation mensuelle de gaz pour les quantités survantes.
 - a 15 mètres cubes
- b 40 metres onbes
- a 54 mètres cubes

Représentation de la fonction définie par morceaux:



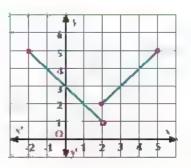
$$\widehat{\underline{\mathbf{d}}}) \operatorname{Soit} f(x) = \begin{cases} 3 \cdot x & \text{si} & -2 \le x < 2 \\ x & \text{si} & 2 \le x \le 5 \end{cases}$$

Tracez la courbe représentative de la fonction, déduisez en l'ensemble définition et l'ensemble image de la fonction.

Solution

La fonction est définite par morceaux sur deux intervalles, elle est attribuée par deux règles de définitions

La première: $f_1(x) = 3$ at sur l'intervalle $0 \le x < 3$ ou sur l'intervalle [0, 1] C'est une fonchen affine qui est représentée par un segment de droite dont les extrémités sont les points de coordonnées (0, 1) et (0, 1) en posant un rond vide à l'extrémité de coordonnées (0, 1) car $0 \ne [0, 1]$ (voir la figure ei-contre).



La deuxième f(x) x a $1 \le x \le 5$ ou sur l'intervaile [2, 5]

C'est une fonction affine qui est représentée par un segment de droite dont les extrémités sont les pouris de coordonnées (2, 2) et (5, 5)

Done l'ensemble définition de $f = [2, 2] \cup [2, 5] = [2, 5]$

Du graphique, on dédint que

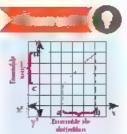
L'ensemble définition de f=[2,5]

L'exisemble image de f [1, 5]

Essayez de resoudre

(5) Soit
$$f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si} & -2 \le x < 0 \\ x+1 & \text{si} & x > 0 \end{cases}$$

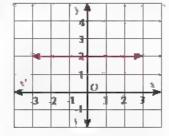
Tracer la courbe représentative de la fonction f Du graphique déduisez l'ensemble image de la fonction



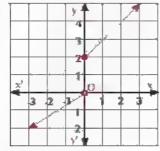
Dans le graphique représentant la fonction f. Le domaine de f = [n b] L'ensemble irrage = [c d]

Dans chacune des figures su vantes déduisez l'ensemble définition et l'ensemble image de f

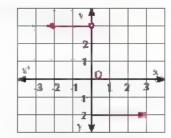




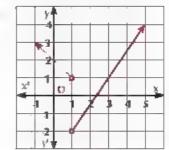
Ç



i.bil



d



Détermination de l'ensemble définition d'une fonction réelle et les opérations

On pout determiner l'ensemble définition d'une fonct on récile à partir de sa règle de del nition

or de sa representation graphique



Exemple

Détermination de l'ensemble définition d'une fonction

5 Déterminez l'ensemble défini ion de chau ne des fonctions réelles définies par les règles su vantes:

8
$$f_{*}(x) = \frac{x+3}{x^{3}-4}$$

d
$$f_4(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

L'ensemble definition polynôme fonction est l'ensemble des nombres réels, si la fonction n'est pas définie sur un sousunsemble de E on inextre**

Solution

- i. La fonction f_2 n'est pas définie lorsque le dénommateur =0 pour cola $e^2 \cdot 9 = 0$ 4 ors | # = 13 l'ensemble définition de f est donc R (-9; 3).
- 1 se fonction f, est définie la sque le radicand est positive ou 33 rul, ± 3 , d, toutes les valeurs de x pour lesquelles $x = 3 \ge 0$.

v 3≥0

 $\therefore x \ge 3$. L'ensemble définition de $f_0 = [3 : +\infty]$.

- ullet $f_{a}(x) = \sqrt[4]{x} ullet$. Cinduce de la radine est nombre impaire l'ensemble définition de $f_{a} = lacksquare$
- d La fonction f_est détire ansque e' → +0 L'ensemble definition de $f_4=1$ *: $2[-32:+\infty]=\mathbb{R}+[2:2]$

Remarquez que:

Soient f(x) = V glas où v c T . n > 1 . g (x) est un polynôme

i) Si n est un no obre impair alors Pensemble défi ution de f = 1

li Si η est un nombre pair alors l'ensemble définition de f es, les valeurs de x pour lesquelles $g(x) \ge 0$

Essayez de résoudre

- (7) Déterminez l'elisemble définition de chacime des touctions régles de mies par les règles. suivantes!
 - **a** $f(x) = \frac{3x+4}{x^2-3x+3}$ **b** $f_2(x) = \sqrt{x^2-16}$

 - **c** $f_{4}(x) = \sqrt[3]{x 5}$ **d** $f_{4}(x) = \sqrt{\frac{5}{4 2}}$

Pensé critique:

Troavez la valeur la k . Such antique l'onsemble définition de la fonction f definie par $f(x) = \frac{2}{x^2 - 6x + x} \cos(x^2 - 3x^2)$

A apprendre

Opérations sur les fonctions

Soient f_1 et f_2 deux fonctions dont les ensembles de définition sont D_1 et D_2 respectivement, alors

- 1 $(f_1 \pm f_2)(x) = f_1(x) \pm f_2(x)$, 1' ensemble définition de $(f_1 \pm f_2)$ est $D_1 \cap D_2$
- **2** $(f_1,f_2)(x)=f_1(x)$ $f_2(x)$. I ensemble définition de (f_1,f_2) est $D_1\cap D_2$
- 3 $(\frac{f_1}{f_1})(t) = \frac{f_1(t)}{f_2(t)}$ où $f_2(t) \neq 0$, ensemble définition de $(\frac{f_1}{f_2})$ est $(D_1 \cap D_2) \setminus Z(f_2)$ Où Z (f.) est l'ensemble des zéros de f.

On remarque que dans tous les cas précédents l'ensemble définition de la fonction obtenue est égale à , intersection des ensemble de définition de f_1 et f_2 privé des valeurs qui rend $f_n(x) = 0$, o'est dans le cas de la division

Exemple

- (4) Scient $f(x) = x^2 4x$, $g(x) = \sqrt{1+2}$, $h(x) = \sqrt{4-x}$
 - i) Trouvez la règle et l'ensemble définition de chacune des fonctions su vantes
 - a (f+g)

b (g-h)

0 (f h)

- d $\binom{h}{2}$
- ut Calculez la valeur numérique si possible pour chaquire des fonctions survantes
- a (g = h) (1)
- ± (fh)(3)

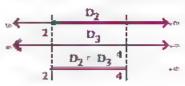
Colution

- i) L'ensemble définition de $f = \mathbb{D}_+ = \mathbb{R}_+$ l'ensemble définition de $g = \mathbb{D}_+ = [\,\, \,]_+ + \infty \, [\,\,]_+$ et l'ensemble définition de h D;] ∞ 4
- a (f+g)(1, f(1)+g(1) = (41+41+1

L'ensemble définition de (f+g) $\mathbb{R} \cap [2] + \infty [-[2] + \infty[$

b (g h) (x) g(t) h(x) = \$1+3 = \$4-1

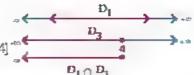
L'ensemble définition de (h - g) est [2, the [A] = [2,4]



© (f h) (t) = f(x) h(x)

 $=(x^2-4x)\sqrt{4-x}$

L'ensemble définition de $(fh) = \mathbb{R} \cap \mathbb{I}$ $\Rightarrow 4 = 1 + 4 = 4$



d
$$(\frac{h}{f})(x) - \frac{h(x)}{f(x)} = \frac{\sqrt{4-x}}{x^2-4x}$$

L'ensemble des zéros de la fonction est {0; 4}

L'ensemble définition de $\binom{h}{r}$] ∞ , 4] $\cap \mathbb{R}$ {0, 4} -1-0:4[(0)

$$\begin{array}{c}
 & D_3 \\
 & D_1 \\
 & D_1 \\
 & D_1 \\
 & D_2 \\
 & D_3 \\
 & D_1 \\
 & D_2 \\
 & D_1 \\
 & D_2 \\
 & D$$

ii) Les valeurs numériques:

$$\mathbf{n} = (g \cdot h)(x) = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{4-x} \text{ pour tout } x \in [2;4],$$

 $1 \in [-2;4], (g \cdot h)(1) = \sqrt{3} = \sqrt{3} = 0$

b.
$$(f, h)(x) = (x^2 - 4x)\sqrt{4 - x}$$
 pour tout $x \in]-\infty$; 4]
 $(f, h)(5)$ est indéfinie

c
$$\binom{h}{f}(t) = \frac{\sqrt{4+1}}{t^2-4t}$$
 pour tout $t \in]\infty$, $4[-\{0\}]$
 $\binom{h}{f}(3) = \frac{\sqrt{4+3}}{9+12} = \frac{1}{3}$

Estayez de resoudre

(a) Soient fet g deux fonctions réelles définies par :

$$f(x) = x^2 - 4$$
, $g(x) = \sqrt{x - 1}$ Trouvez:

- = L'ensemble définition des fonctions: (f+g), $(f\cdot g)$, $(\frac{f}{g})$, $(\frac{g}{g})$
- Calculez la valeur numérique, si possible, pour chacune des fonctions survantes.

$$(f+g)(5)$$
, $(f,g)(2)$, $(\frac{f}{g})(3)$, $(\frac{g}{f})(2)$

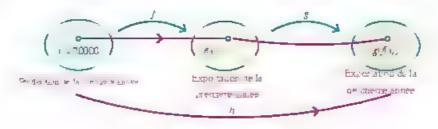
Travail cooperatif Composee des fonctions

Une usine exporte une partie de sa production survant la relation $f(x) = \frac{1}{4}x$ où x représente le nombre des unités produites à la première année. Le nombre des unités produites à la deuxième année est donné par la relation g(f) = f + 1500 où π represente le nombre des unités exportees à la premiere année. Avec votre camarade, frouvez le nombre des unités exportées à la deuxième année si la production de la première aunée est

20000 mités.

b 80000 unités.

Suivez le schérra suivant pour vérifier votre réponse :



A apprendre

Si l'ensemble image de la fonction f est une parti de l'ensemble de définition de la fonction g, on pout déduire une nouvelle fonction h composée de deux fonctions notée f qui se lit g rond f ce que veut dire composé de f suivie de g

On a done
$$h(x) = (g \circ f(x))$$

= $g(f(x))$

Du schéma précédent, on obtient:



Réflechissez: La composée des fonctions, est-elle une opération commutative?

Pour répondre à cette question, trouver (fo g) (v), (go f) (t) pour f(t) 4v², g(t) 2 t

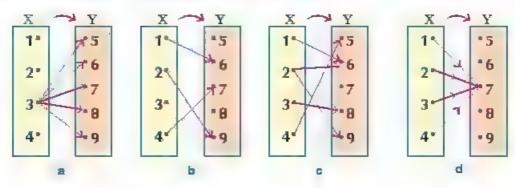
[Essayez de résondre

- (1) Scient f(t) = £ + 6, g(t) +3τ
 - i) Trouvez (f o g) (3)
 - ii) Détermmez la valeur de « pour que (f = g) (x) 42

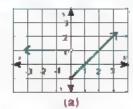


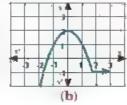
Choisir la bonne réponse parmi les réponses proposées:

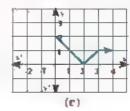
Parnu les diagrammes sagntaux suivants, la relation qui représente une fonction est:

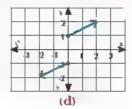


(2) Parmi les diagrammes cartesiens suivants, la relation qui ne représente pas de fonction est









(3) Laquelle des relations suivantes ne représentent pas une fonction

(4) Dans toutes les relations suivantes, y est une fonction en τ sauf la relation

Répondez à ce qui suit:

Determinez l'ensemble de définition de la fonction f definite par $f(\tau)$: $\begin{cases} \tau \cdot 1 & \text{si } 2 < \tau \leqslant 4 \\ 1 & \text{si } -2 \leqslant \tau \leqslant 2 \end{cases}$

Puis tracez la courbe representative de la fonction f Du graphique, déduirz l'ensemble image.

Tracez la courbe représentative de la fonction ∫ telle que:

$$f(t) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \ge 2 \\ 2x-1 & \text{si } x < 2 \end{cases}$$
 Du graphique, deduisez l'eusemble intage de la fonction.

$$\oint \operatorname{Soit} f(x) \cdot \begin{cases} 2x+3 & \text{si} \quad 2 \leq x < 0 \\ 1-x & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Tracez la courbe représentative de la fonction f. Du graphique, déduisez l'ensemble image de la fonction

(8) Soit
$$f(\tau) = \begin{cases} t^2 + 1 & \text{si} \quad 3 \leqslant t < 0 \\ \tau + 2 & \text{si} \quad 0 \leqslant t \leqslant 3 \end{cases}$$

Tracez la courbe représentative de la fonction f. Du graphique, déduisez l'ensemble image de la fonction

Unité (1): Fonctions réalies et représentation graphique

(1) Soit
$$f(x) = \begin{cases} 4x + 3 & \text{si } x < 3 \\ x^2 & \text{si } 3 \le x \le 8 \\ 3x^2 + 1 & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

Trouvez:

n f(2)

b f(3)

e f(10)

En lien avec la mécanique: Si la vitesse d'une moto est v(t) envs, ou t est le temps, est donnée par la relation v définie par

$$v(t) = \begin{cases} 8t & \text{si} \quad 0 \le t \le 10\\ 80 & \text{si} \quad 10 \le t \le 200\\ 4t + 880 & \text{si} \quad 200 \le t \le 220 \end{cases}$$

Trouvez :

a V(10)

b V(150)

c 1/(210)

(1) En lien avec la commerce: Sort la fonction foù :

$$f(t) \begin{cases} \frac{5}{2}\tau & \text{si } 0 \le x \le 5000 \\ 2x + 2500 & \text{si } 5000 < x \le 15000 \\ \frac{3}{2}x + 10000 & \text{si } 15000 < x \le 60000 \end{cases}$$

Représentez la somme reçue par l'une des sociétés de la distribution d'un type des appareils où x est le nombre d'appareil. Trouvez

n f(5000)

Þ ∄(10000)

9 f(50000)

(12) En lien avec la géomètrie; Soit p le périmetre d'un carré de coté l' Ecrivez le périmetre en fonction de la longueur de son coté p(l) puis trouvez

a F(3)

b · P(15)

(3) En lien avec la geométrie; Sont A l'aure d'un cercle de rayon r Ecrivez l'aire en fonction de la longueur de son rayon A(r) puis trouvez : $A(\frac{1}{r})$ et A(5).

34 Déterminez l'ensemble de définition de chacune des fonctions réelles suivantes:

 $= f(x) - \frac{x+3}{x^2+5x+6}$

 $(b) f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$

$$f(\tau) = \frac{3x}{\sqrt{2x-1}}$$

$$f(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t+2}$$

(15) Soient: $f_i : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ où $f_i(x) = 3x - 1$,

$$f_{i}: [-2,3] \longrightarrow \mathbb{R} \text{ où } f_{i}(t) = 2 t + 4$$

Trouvez, en indiquant l'ensemble définition de : $(f_1 + f_2)(x)$, $(f_1 - f_2)(x)$

(b) L'ensemble définition de : f(x) = x + 2 est l'ensemble définition de f = [3, 4], $f_2(x) = x^2 + 2x \cot f_2 = [1:3]$

Trouvez: $(f_1 + f_2)$ (i) , $(f_2 - f_1)$ (ii) , $(\frac{f_1}{f_2})$ (ii) , $(\frac{f_2}{f_2})$ (ii) en indiquant l'ensemble de définition de chaquie des fonctions ainsi obtenues

(1) Soient: f(x) -3x+1, g(x) = x2 -5 et h(x) = x2 Trouvez:

a
$$(f \circ g)(2)$$
 b $(g \circ f)(-3)$ 'c $(g \circ h)(1)$

(18) Solent: f(x) = 1 et g(x) 1+3

Trouvez: $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$ indiquant l'ensemble définition de chacane des fonctions ainsi obtenues.

Soient: $f(x) = x^2 + 3$ g(1) 11-7

trouvez: $(f \circ g)$ (1) sous la forme la plus ample en mdiquaut l'ensemble définition de la fonction ainsi obtenue puis trouvez (f o g) (3)

20 Pensé critique:

Si $h(x) = \sqrt{x^2 + 4}$, trouvez les deux fonctions fet g de sorte que $h(x) = (f \circ g)(x)$

Unité (1)

Quelques propriétés des fonctions

1 - 2



Aliez apprendre

- La symètrie des courbes.
- Représéntatives des fonctions.
- Les fonctions paires.
- Les fonctions impaires.
- Les fonctions infectives.



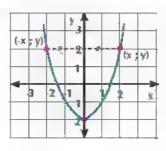
Vo cabulaires de base

- Fonction paire
- · Fonction impaire-
- Fonction injective
- · Drojte horizontale

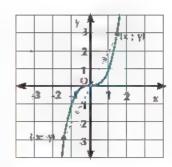
On pout caractériser facilement des propriétés géométriques de la courbe représentative d'une fonction f où y=f(x) ces propriétés peuvent être utilisées pour l'étude des fonctions et leurs applications. Parm ces propriétés la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées et la symétrie par rapport à l'origine

Préliminaire

Vous avez déjà étudié la notion de la symètrie par rapport à une droite où on peut plier la figure le long de la droite pour obtenir deux demi figures superposables. Vous avez également étudié la symétrie par rapport à un point.



Symétrie par rapport à l'axe des y Fig (1)



Symétrie par rapport à l'origine Fig (2)

Aldes pedagogiques

 Carculatrice scientifique Logiciers de graphisme

Dans la figure (1)

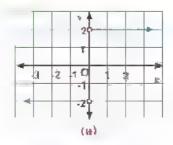
Le point (-x;y) situé sur la courbe de la fonction est l'image du point (x;y) situé sur la même courbe par la symétrie par rapport à l'axe des y.

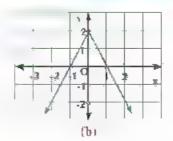
Dans la figure (2):

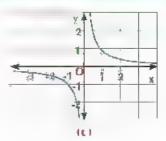
La représentation graphique de la relation entre x et y montre une symétrie par rapport au point d'ongme où le point (-x, -y) de la courbe est l'image du point (x, y) situe sur la même courbe

Essayez de resoudre

1) Dans chacune des figures suivantes, montrez si la courbe est symétrique par rapport à l'axe des y ou par rapport à la origine.







Pensé critique:

Est de que toutes les courbes représentatives des fonctions sont symétriques par rapport à l'axe des ordomées ou par rapport à l'ongine ? vérifier votre réponse.

Fonctions paires et fonctions impaires:



A apprendre

Function pairs: On det que a fonction $f: X \to Y$ est paîre si f(-x) = f(x), pour tout $x \in X$. $x \in X$ et sa courbe est symétique par rapport à l'axé des ordonnées.

Function impairs: On dit que la fonction $f: X \longrightarrow Y$ est impairs si f(x) = -f(x), pour tout $x \in X$, $\exists x \in X$ is et sa courbe es, symétrique par rapport à l'origine.

Remarque: Beaucoup des fonctions de sont di panes ai impantes.

Pour étudier la parité d'une fonction, on vérifie d'aborg l'existence de viet «viçans l'ensemble de défination de la fonction sinon on n'a pas besoin de chercher ft x).



Exemple

- 1 Étudiez la parité de chacune des fonctions suivantes .
 - 8 f(x) x2
- **b** $f(x) x^3$ **c** $f(x) = \sqrt{x+3}$ **d** $f(x) \cos x$

Solution

- a $f(x) = x^2$ ensemble définition de f = 3
 - Pour rout $t \in \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}$, $A(-t) = (-t)^2 t^2$
 - C.A.d: f(x) = f(x)

- ', La fonction / és, palié.
- **b** $f(x) = x^3$ ensemble définition de $f \in \mathbb{R}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x)^2 = x^2$

C.a.d: f(-x) = -f(x)... La fonction / est impaire

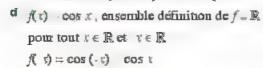
Remarque importante:

La fonction $f \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ où $f(x) = ax^n$ où $a \neq 0$, $n \in \mathbb{Z}^*$ est appelée fonction exponentie le Cette fonction est paire si a est un nombre paire et elle est i npaire si a est un nombre mpa re

Unité (1): Fonctions réelles et représentation graphique /

• $f(v) = \sqrt{x+3}$, ensemble définition de f = [3 : 400]Remarquez que $4 \in [-3] + \infty$ [tandis que $4 \notin [3] + \infty$]

. Pour tout $x \in [-3] + \infty$ [il n'a pas $-x \in [-3] + \infty$] La fonction f'est at paire at impaire.



C.a.d.:
$$f(x) = f(x)$$





 $\sin(-x) = -\sin x$ $\cos(-x) = \cos x$ tan(-1) = -tan x

🚺 Essayoz do résezdro

(2) Etudiez la parité de chaonne des fonctions suivantes.

$$a f(x) \equiv \sin x$$

$$f(x) = x^3 \sin x$$

$$(1 f(x) - x^3 \cos x)$$

9
$$f(\tau) = x^3 + t^2$$

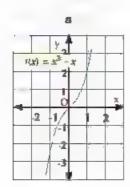
Oue déduisez-vous?

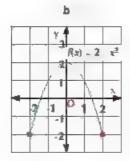
Remarques importantes:

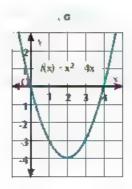
- Si f_1 et f_2 sont des fonctions paires et g_1 et g_1 sont des fonctions impaires, alors:
- 1) $f_0 + f_0$ est une fonction paire
- 2) g1 + g2 est une fonction impaire.
- 3) f × f est une fouchon paire
- 4) gy v g, est une fonction paire.
- 5) $f = g_s$ est une fonction impaire 6) $f + g_s$ est une fonction qui n'est ni paires ni impaire En utilisant les propriétés précédentes, verifiez votre réponse obtenues en Essayez de résoudre (2)

Exemple

Chacune des figures survantes est une représentation de la fonction f Déterminez graphiquement si la fononon est paire ou unpaire ou ni paire in impaire puis vérifiez la réponse algebriquement.







Solution

• $f(x) = x^3 + x$, de la représentation graphique on remarque que L'ensemble définition de f $\mathbb R$ et la courbe de la tononon est symétrique par rapport au point d'origine donc la tonction est impaire. Pour vénfier le résultat algébriquement

Pour tout JER . -JER

$$f(-x) = (-x)^3 + (-x)$$

En sumphiliant:

$$f(-x) = x^3 + x$$

Prendre (1) facteur commun.

$$f(-x) = f(0)$$

Done la fonction est impaire

(x) = 2 = x² , de la représentation graphique on remarque que L'ensemble définition de f = [2, 2] , et la courbe de la fonction est symétrique par rapport à l'axe des ordonnees Donc la fonction est paire. Pour vérifier le resultat algébriquement

Four tout $x \in [-2, 2]$, $-x \in [-2, 2]$ $f(-x) = 2 - (-x)^2$

$$f(-i) \cdot 2 = (-i)^2$$

En simplifiant

$$f(x) = 2 - x^2$$

f(t) = f(t) Done la fonction est paire

• $f(x) = r^2 - 4x$, de la représentation graphique, on remarque que

L'ensemble définition de f R et la courbe de la fonction n'est pas symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ni symétrique par rapport au point d'origine. Donc la fonction n'est ni paire ni impaire. Pour vérifier le résultat algebriquement

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$

$$f(\tau) = (\tau)^n + 4(\tau)$$

En sumphfiant

$$f(v) = v^2 + 4v + f(v)$$

.. fin est pas paire

Ma₁₅

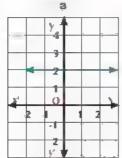
$$f(1) = 1'' + 41$$

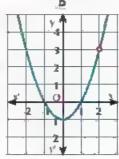
Done 系的 ≠ AN .. f n'est pas impaire

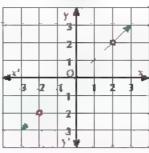
Done la fonction n'est di paire di impaire

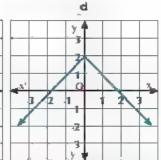
Essayez de résoudre

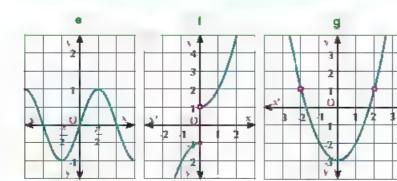
(3) Dans chacune des figure su vantes déterminez si la fonction est paire ou impaire ou n'est ni parte at impaire

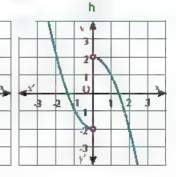








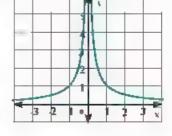




Exemple

J' La figure suivante représente la courbe d'une fouction f telle

$$f(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{sn} & \tau < 0 \\ 1 & \text{sn} & \tau > 0 \end{cases}$$



Montrez que la fonction f est paire puis vérifier le résultat algébriquement.

noitzica 👚

De la représentation graphique ci contre, il est clair que la courbe de la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y. Donc la fonction est paire

Vérification algébrique:

L'ensemble définition de $f = [-\infty, 0] \cup]0$, ∞ [

L'ensemble définition de
$$f = \frac{1}{2} \cos 0$$
 [$i = 0$] $i = 0$
Pour tout x , $x \in I$ 'ensemble définition de $f = f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si} = (x) < 0 \\ \frac{1}{(1)} & \text{si} = (x) > 0 \end{cases}$

En simplifient

$$f(-x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$f(-x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

En remplaçant les deux règles

C.a.d. f(x) = f(x) d'où la fonction est paire.

Essayez de résoudre

4 Représentez graphiquement la fonction
$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x > 2 \\ x+2 & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

Du graphique: montrez la parité de la fonction f puis vérifiez le résultat algébriquement.

Fonction injective:



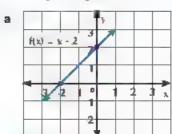
La fonction f. X . Y est une fonction injective si:

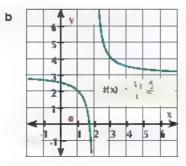
Pour tout a e x, b e x , f(a) = f(b) alors a = b

Autrement dit, si a \neq b, alors i(a) \neq i(b)

Exemple

4 'Les figures suivantes sont des représentations d'une fonction f X - Y, démontrez que la fonction f est injective.





Solution

B. f(x) = x + 2, ensemble définition de $f = \mathbb{R}$

Pour tout a, b ∈ R, 1

f(a) = a + 2 of f(b) = b + 2

En posant $f(\mathbf{a}) = f(\mathbf{b})$ $\therefore \mathbf{a} + 2 - \mathbf{b} + 2$

d'où 2 cm a ; a b

Done la fonction fest injective

b. $f(x) = \frac{3x \cdot 5}{1 + 2}$, ensemble définition de $f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Pour tout $a \in \mathbb{R}$ {2}, $b \in \mathbb{R}$ {2} et $f(a) = \begin{cases} a & 5 \\ a & 2 \end{cases}$, $f(b) = \begin{cases} a & 5 \\ b & 3 \end{cases}$ En posant f(a) = f(b) $\begin{cases} a & 5 \\ a & 2 \end{cases}$, $\begin{cases} a & 5 \\ b & 3 \end{cases}$

D'où

Done la fonction est f est injective.

A apprendre

Test de la droite horizontale

La fonction f X ---- Y est une injection si la droite horizontale (parallèle à l'axe des abscisses) en tous les points représentant l'ensemble image de f coupe la courbe de la fonction en un point unique

🔲 Essayez de résoudre

(5) Au paragraphe Essayez de résoudre (3) page (19), démontrez que les courbes représentent des fonctions injectives.

Unité (1): l'onctions réedes et représentation graphique /

- (b) Démontrer que f. X Y est une injection.
 - a / (e) 2 y 3

b $f(x) = \frac{3x}{4x + 3}$

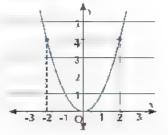
- **Exemple**
- 5 Démontrez que la fonction $f(X) \to Y$ telle que $f(x) = e^x$ i es pas injective
- > Solution

$$f(2) = 4 \text{ el } f(-2) = 4$$

$$A_{i} = f(-2) = f(2) = 4$$

∴ -2 ≠ 2 ∴ ∫ La fonction n'est pas injective

On remarque que la droite horizontale en v 4 coupe la courbe de la fonction en deux vaseurs différentes de la variable x qui sont 2 et 2.



- Coupyez de résoudre
- Démontrez que les fonctions f X Y saiva ites sont injectives

Pense critique: Son f une fonction paire, peut elle être une fonction injective? Expliquez.



1) Indiquez si la courbe est syme rique par rapport à face des xi, par ripport à face des y ai par rapport au point d'origine. Expliquez la réponse.

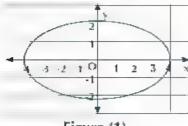


Figure (1)

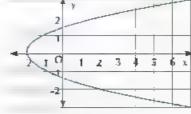


Figure (2)

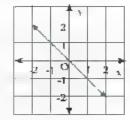


Figure (3)

(2) Trouvez l'onsemble image de chaqune des fonctions suivantes en déterminant sa parité.



Figure (1)

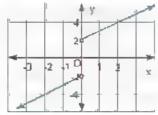


Figure (2)

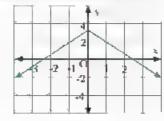
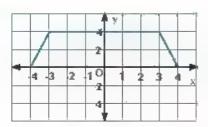


Figure (3)



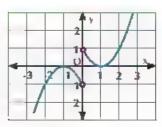


Figure (4)

Figure (5)

Figure (6)

(3) Etudiez la parité des fonctions survantes :

a
$$f(x) = x^4 + x^2 + 1$$
 b $f(x) = 3x - 4x^3$ **2** $f(x) = x^4 + \frac{1}{x}$

$$2 f(t) = t^1 - \frac{1}{t}$$

•
$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{1 - 3}$$

d
$$f(x) = x^3 - 3x$$
e $f(x) = \frac{x^2 + 2}{1 + 3}$
f $f(x) = x \cos x$
g $f(x) = \sqrt{x^2 + 6}$
h $f(x) = \frac{x^2}{1 + x}$
i $f(x) = (x^2 + 1)^3$

$$1 \quad f(x) = (x^2 + 1)^3$$

4 Soient f_1 , f_2 et f_3 des fonctions réelles définies par $f_1(x) = x^0$, $f_2(x) = \sin x$, $f_3(x) = 5x^2$, Parmi les fonctions suivantes, indiquez celle qui sont paires, celle qui sont impaires et celle qui ne sout in paires ni impaires

(5) Soient f et g des fonctions réclies définies par $f(x) = (3 - x)^n$ et $g(x) = (3 + x)^n$ Parm les fonctions suivantes, indiquez celle qui sont paires, celle qui sont impaires et celle qui ne sont in paires in impaires.

Tracez les courbes représentatives des fonctions suivantes. Du graphique, étudiez la parité de chaque fonction puis vérifiez le résultat algébriquement,

$$\mathbf{a} \quad f(x) \cdot \begin{cases} 2 & \text{si} \quad x > 0 \\ 2 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

$$b: f(v) = \begin{cases} x & \text{si. } x > 0 \\ x & \text{si. } x < 0 \end{cases}$$

$$c f(x) = \begin{cases} c & 1 & \text{si} & x > 0 \\ 7x & \text{si} & x < 0 \end{cases}$$

$$d_{f(x)} = \begin{cases} x+1 & \text{si} & x > 0 \\ 1-x & \text{si} & x < 0 \end{cases}$$

(7) Observer les figures puis répondre aux questions suivantes:

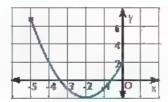


Figure (1)

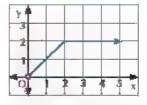


Figure (2)

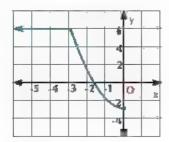


Figure (3)

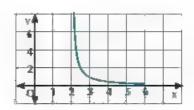


Figure (4)

- i) Complétez la représentation graphique de la figure (1) pour obteuir une fonction paire sur son ensemble de définition.
- ii) Complétez la représentation graphique de la figure (2) pour obtenir une fonction impaire sur son ensemble de défimition.
- iii) Trouvez l'ensemble mage dans chaque cas , ensute indiquez ce qui est injective.
- (8) Pour chacune des fonctions suivantes, déterminez si la fonction est injective ou nou en justifiant la réponse

a
$$f(x) \cdot 3x + 1$$
 b $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 2}$ **c** $f(x) = x^3 + 1$

$$g = f(x) = x^3 + 1$$

2019 7070

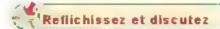
d
$$f(y) = 2x^2 + x + 3$$

$$f(v) = x^4 + 2x^2 + 1$$

- (*) En lien avec l'industrie : Saïd travaille dans une usure de production des lampes électriques, il gagne 8 L.E par heure. En plus 0,3 L.E. pour chaque lampe produite.
 - a Ecrivez la règle de la fonction fqui exprime le salaire de Said sul travaille 7 heures par jour
 - b La fonction fest elle une injection ? Pourquoi?
- (1 Réflexion créative: Tracez une courbe réalisant les conditions suivantes;
 - La courbe passe par les points (0, -2), (2, 2) et (3, 7) et représente une fonction paire
 - b La courbe passe par les points (0, 0), (2; 1) et (3, 5) et représente une fonction impaire.

Sens de variation des fonctions

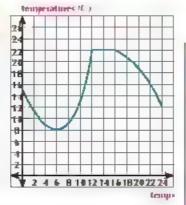
Unité (1)



Le graphique ei - contre indique les températures enregistrées au Caire pendant un jour observez la variation de température par rapport au temps, puis déternmez:

- a Les intervalles de décroissance de degrés de température
- b Les intervalles de croissance de degrés de température
- Les intervalles où la variation de degrés de temperature est

Les propretés de la courbe aident à étudier la variation de la fonction pour déterminer les intervalles de croissance, de décroissance et les intervalles où la fonction est constante. Autrement dit c'est l'étude de la monotome de la fonction ou son sens de variation.



Allez apprendre

- Sens de variation des fonctions.
- · Utilisation du logicie (Geogébra) pour tracer ies courbes représentatives des fonctions



📢 Vocabulaires de base

- Sens de variation
- Fonction crossante
- Foriction decroissante
- Fonction constante

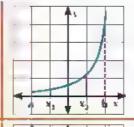
A apprendre

Fonction croissante:

On dit que la fonction f'est croissante sur un intervalle la , b[si pour tout x, e la ; b [,

 $x_n \in [a;b[$ Si to be

alors $f(u) \cdot f(v)$



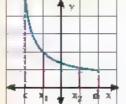
Aides pédagogiques

- Calculatrice scientifique
- Flogicieis de graphisme

Fonction décroissante:

On dit que la fonction / décroissante sur un intervalle | c . d

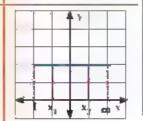
so pour tout $x_1 \in [c:d]$, $x_2 \in [c:d]$ six $x_2 > x_3$ alors: $f(x_i) < f(x_i)$



Fonction constante:

On dit que la fonction f'est constante sur un intervalle [/ ; m[

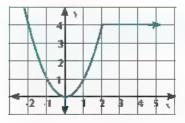
sa pour tout $x_i \in [\ell, m]$ $x_i \in [\ell, m]$ sa $x_i > x_i$ alors: $f(x_i) = f(x_i)$





Exemple

Etudiez le sens de variation de la fonction représentée dans la figure ci contre.



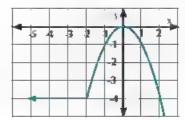
O Solution

- > La fonction est décroissante sur l'intervalle]- ; 0[
- ➤ La fonction est croissante sur l'intervalle [0 : 2]
- ➤ La fonction est contante sur l'intervalle [2 ; +∞ [

🔝 Essayez de résoudre

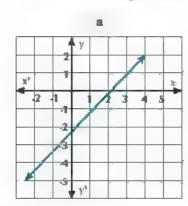
Dans la figure el contre:

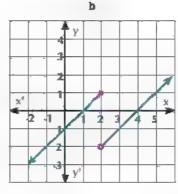
Etudiez les intervalles où la fonction est croissante, les intervalles où la fonction est décroissante et les intervalles ou la fonction est constante.

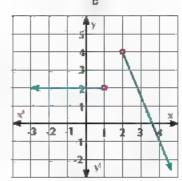


Exemple

Les figures suivantes montrent les représentations graphiques de quelques fonctions $f: X \longrightarrow Y$, si y = f(x) Du graphique, déduisez l'ensemble image et étudiez le sens de variation de chaque fonction.





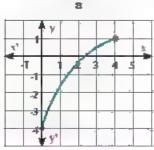


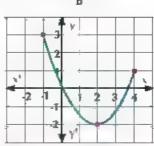
O Solution

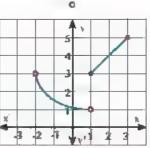
- a L'ensemble définition de $f = \mathbb{R}$] ∞ , $+\infty$ [, L'ensemble image de f =] ∞ , $+\infty$ [la fonction est croissante sur] $+\infty$ [
- b L'ensemble définition de $f=]-\infty$; 2] \cup]2; + ω [] ∞ ; + ∞ [la fonction est croissante sur] ω ; 2[, la fonction est croissante sur] 2; + ω [

Essayez de résoudre

(2) Dans chacune des figures suivantes, déduisez l'ensemble définition, l'ensemble image et étudiez le sens de variation de chaque fonction.







Pensé critique: La quelle parm les figures précédentes représente une fonction injective?

Pourquoi?

Utilisation des logiciels pour étudier quelques propriétés des fonctions

Les logiciels qui servent à tracer les courbes des fonctions sont multiples. GeoGebra est l'un de plus trule pour la tablette et l'ordinateur.

Activite

Utilisation du logiciel Geogebra pour construire des transformations des courbes des fonctions

En Utilisation du GeoGebro représente graphiquement la fonction f et, f(x) = 0 3 x + 2, Du graphique

- Trouver l'ensemble définition et celui d'image de la fonction.
- b Déterminer le sens de variation de la fonction puis étudier la panté de la fonction

Pour représenter la fonction graphiquement, suivez les étapes suivantes:

 Ouvrez la fenêtre algèbre et celle graphique du logiciel GeoGebra puis.

Appuyer sur Graphic et choîsîssez pour retrouver la fenêtre îndiquée dans la figure (1).

2- Dans la fenère algébrique, écrivez la règle de la fonction f(v) - v³ - 3x + 2 en utilisant la touche (Insérer) comme il est indiqué ulténeurement:



Purs appuyer sur le bouton 🚅 La courbe apparaîtra dans la partie graphique de l'écran, et la règle apparaître dans la partie algébrique Figure (2)

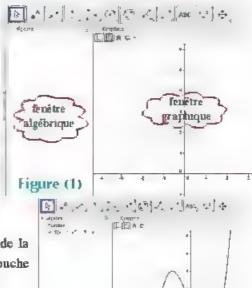
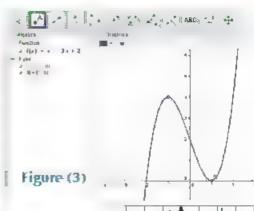


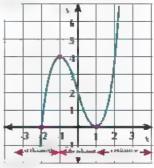
Figure (2)

- 3 Pour déterminer un point de la courbe
 - chorassez. A de la barre cutuls puis chorassez un nouveau point de la feriêtre Déplacez le curseur jusqu' à ce que vous arriviez au point scuhaité sur la courbe et chquez sur insérer pour faire apparaitre le point sur la courbe, les coordonnées du point apparaissent dans la fenêtre algébrique comme dans la figure (3)



Da la représentation graphique, on trouve que

- a L'ensemble définition de la fonction $f = [\infty, \pm \infty]$. L'ensemble image de la fonction $f = [\infty, \pm \infty]$

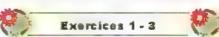


Remarque:

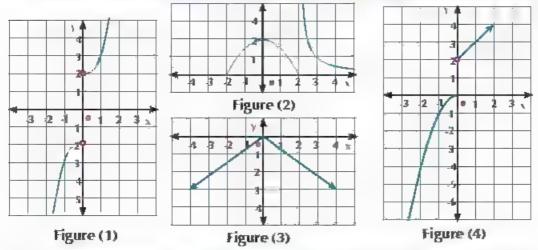
Le point de coordonnées (0 ° 2) est un point de symétrie de la courbe la tonchon n'est pas une injection

Entraînement sur l'activité

En Util sation le logicie. Geogebra représente graphiquement la fonction $f(t) = 3 t - t^2$. Du graphique déterminer le se de variation de la fonction puis étudiez la parité de la fonction

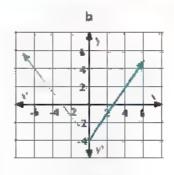


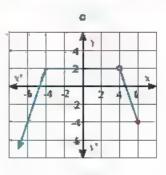
(1) Les figures suivantes montrent les représentations graphiques de quelques fonctions. Du graphique déduire l'ensemble image et étudier le sens de vanation de chaque fonction.



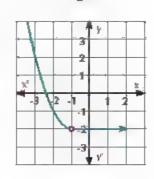
2 Les figures su vantes montrent les représentations graphiques de quelques fonctions

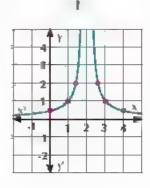
Du graphique, déduisez l'ensemble image et étudiz le sens de variation de chaque fonction.





d





- 3 Soit f: [-2, 6] -R
 - a Représentez graphiquement la fonction f. Du graphique: déduisez l'ensemble définition de la fonction et étudier son sons de vanation
 - b La fonction-est elle injective? Vérifiez votre réponse

4 Pensé créative

Si la fonction est toujours croissante on décroissante sur son l'ensemble définition, alors la fonction est injective? Vérifiez votre réponse

(5) Dans chaoun des cas suivants, utilisez un logiciel de graphisme pour représenter la fonction f graphiquement puis déterminez si la fonction est paire ou impaire ou ni paire ni impaire puis vérifiez la réponse algébriquement.

b
$$f(x) = 4 x^2$$

$$f(x) = f(x) = (x - 1)^2 + 1$$

$$d f(v) = x^3$$

Unité (1)

Représentations graphiques des fonctions,

1 - 4

Allez apprendre

- Fonctions polynômes jaffine carrée cubique)
- Fonction valeur absolue (module)
- Fonction rationnese
- ultiliset les transformations géométriques pour tracer es courbes représentatives des fonctions

$$y = f(y) + a$$

$$y = f(x + a)$$

$$y = f(x + a) + b$$

$$y = \hat{j}(x)$$

$$y = a f(x + b) + c$$

 Les transformations géométriques de queiques fonctions trigonométriques.



Vocabulaires de base

- · Transformation
- Translation
- Symétrie
- · Verticale
- · Horizontale
- + Asymptote

🔙 Aldes pėdagogiques

- Carculatrice scientifique.
- · Logicieis de graphisme.

Fonction polynôme:

Vous avez déjà étudié les fonctions polynômes dont l'expression algebrique est sous la forme:

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^4 + \cdots + a_n t^n$$

où a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , ..., $a_n \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$, $n \in \mathbb{N}$

L'ensemble de définition et l'ensemble d'arrivée sont l'ensemble des nombres réals R (sauf indication contrairé). Ces fonctions sont appelées fonctions de degré n. Le degré d'une fonction polynôme non nulle est la plus grande puissance prise par la variable indépendante v. Dans ce qui suit, nous allons étudier quelques fonctions polynômes.

Remarquez:

- S. f(v -a_n et a₀ ≠0 alors fest appelee une fonction polynôme constante
- 2- Les fonctions polynôme de premier degré sont appelées des fonctions affines, les fonctions de second degré sont appelées fonction carrées et celles du troisième degré sont appelées fonctions cubes.
- 3- Si on additionne ou soustrait des fonctions de puissances différentes, on obtient une fonction polynôme.
- Les zéros d'une fonction polynômie sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de la fonction avec l'axe des abscisses
- 5- Deux fonctions polynôme f, g sont égales si elles ont le même f degré et les coefficients correspondants sont égaux.

Exemple

11) Si f et g sont deux polynômes telles que $f(x) = (a + 5)^2$ $g(x) = 9x^2 + 30 + 6 = 4$, et f(x) = g(x), trouvez les valeurs de a et c.

Solution

$$f(\tau) = (a x + 5)^2 - a^2 x^2 + 10a x + 25$$

f(x) = g(x) ... Les coefficient de puissance de x sont égaux

Comparons les coefficients des v 10a 30 Les termes constants: c - 4-25

c 29

Essayez de résezuire

(i) Si $f(x) = (a + 2b) x^3 + c x + 4$, $g(x) = 7x^3 + 5x + (a + b)$ trouggles valents de a, b et c pour que f(x) = g(x)

Tracer les courbes représentatives des fonctions:

I) Fonctions polynôme



Le graphique ci-contre f R - R telle que

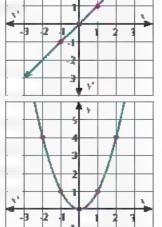
1) f(x) -x

La fonction f associe chaque nombre à lu même, elle est representée par une droite passant par le point de coordonnées (0,0) et de pente -1

(Vérifiez que: l'ensemble définition de f \mathbb{R} , f est une fonction impaire , f est orosssante sur \mathbb{R})

2) f(x) x2

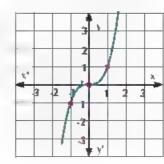
La fonction f associé un nombre à son carré, elle est représentée graphiquement par une parabole symétrique par rapport à l'axe des ordonnées et de sommet le point de coordonnées (0 ; 0) (Vérifiez que: l'ensemble définition de $f = \mathbb{R}^n$ f est une fonction paire , f est décroissante sur $]-\infty$ 0 [et f est croissante sur $]0 \to \infty$]



3) f(x) -x³

La fonction f associe le nombre par son cube, elle représentée graphiquement par une courbe dont le point de coordonnées (0,0) est un centre de symétrie

(Vérifiez que: l'ensemble définition de f- \mathbb{R} , f est une fonction impaire , f est croissante sur \mathbb{R})



е Ехе

Exemple

 $\lfloor \frac{1}{2} \rfloor$ Tracez la courbe représentative de la fonction f telle que:

$$f(x) \cdot \begin{cases} x^3 & \text{si} \quad x < 2 \\ 4 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Solution

1) Si x < 2, $f(x) = x^2$

On trace $f(x) = x^2$ pour tout $x \in]-\infty$; 2[en postant un rond vide au point de coordonnées (2 : 4) Figure (1)

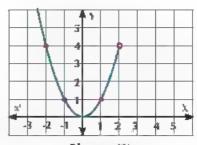


Figure (1)

2) Six>2; f(x) 4

On trace la fonction constante f(x) = 4 pour tout $x \ge 1 + \infty$ [dans le même graphique (2)

Remarquez que: l'ensemble définition de $f \in \mathbb{R}$ {2}. l'ensemble image $f \in [0 ; +\infty[$

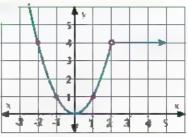


Figure (2)

- Essayez de resoudre
- (2) Tracez la courbe représentative de la fonction ftelle que:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$$

Déduisez l'ensemble image de la fonction puis étudiez le seus variation de f

A apprendre

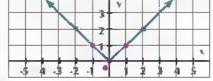
Fonction valeur absolue (module)

La forme la plus simple de la fonction valeur absolue (module) est f(x) = 0, $x \in \mathbb{R}$

$$f(\tau) \begin{cases} \tau & \text{si } x > 0 \\ \tau & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Remarquez que: $-31^{\frac{1}{2}}[31^{\frac{1}{2}}3]$, |0|=0, $\sqrt{(2)^2}=\sqrt{(2^{\frac{1}{2}})}=2$

C'est à dite que: $u \ge 0$, x, -1xi, $\sqrt{x^2}$, x



La fonction f est représentée par deux demi droites

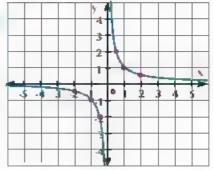
d'origine le point de coordonnée dont la pente de l'une -1 et celle de l'autre -1 (Verifiez que: l'ensemble image de f-[0], $+\infty[$, f est une fonction paire . f est décroissante sur $]-\infty$; 0[et f est croissante sur]0; $+\infty[$)

A apprendre

Fonction rationnelle

La forme la plus simple de la fonction rationnel est $f(\tau) = \frac{1}{t}$, $x \in \mathbb{R}$ (0)

La fonction f qui est appelée la fonction inverse, elle relie chaque nombre par son inverse, elle est représentée graphiquement par une hyperbole une courbe dont le point de coordonnées (0;0) est un centre de symétrie (x=0) et y=0 sont les asymptotes de la courbe)



3 Tracez la courbe représentative de la fonction $f(\tau) = \begin{cases} \exists t : si \ t \le 0 \\ 1 : si \ t > 0 \end{cases}$

Déduisez en l'ensemble mage et étudiez le sens de variation de la fonction.

Transformations géométriques des courbes représentatives des fonctions

[I] Translation verticale de la courbe



Trvaillez avec votre comarade

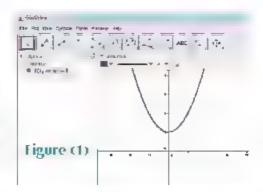
- Tracer la courbe représentative de la fonction £ f(x) = x² en utilisant le logiciel Geogebra
- 2) Posez la le curseur sur le sommet de la courbe et tirez la ,ine unité verticalement vers le haut Observez la nouvelle règle de la fonction f(x) x² + 1 Figure (1).
- 3) Tirez le sommet de la courbe aux points des coordonnées (0, 2) et (0, 3) et rédigez vos remarques à chaque fois
- 4) Three la courbe de la fonction f(t) = t² deux unités verticalement vers le bas et observez le changement de la règle de la fonction, vous trouvez une nouvelle règle f(t) = t² 2. Figure (2)

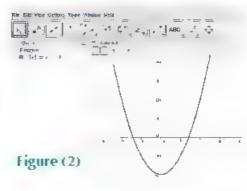
Refectusses: Comment peut-on obtenur la courbe de la fonction $f(t) = t^2 - 5$ à partir de la courbe de la fonction $f(t) = t^2 ?$

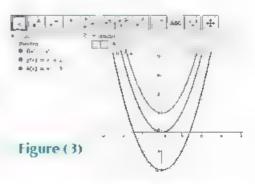
De ce qui précède, on remarque que .

Scient
$$f(x) = x^2$$
, $g(x) = x^2 + 1$ at $h(x) = x^2 - 2$ a.ors

- la courbe de g(x) est la même que (l'unage de) la courbe de f(x) par une translation d'une unité dans le sens positif de l'axe des ordonnées
- 2) la courbe de h(4) est la même que (l'image de) la courbe de f(4) par une translation de deux unités dans le seus négatif de l'axe des ordonnées







Pense critique; comment peut on uturer la courbe de la fonction $f(x) = x^2$ pour tracer les courbes des fonctions définie ci dessous 7

A apprendre

Tracer la courbe de y = f(x) + a

Pour une fonction f la courbe d'équation y = f(x) + a est la même que la courbe de y = f(x) par translation d'amplitude a unité dans la direction a su a > 0 ou a su a > 0

Exemple 5

Ecrire la règle de get celle de h sachant que f(x) = x

La courbe de g(x) est la même que celle de f(x), mais déplacée 3 unités dans la direction négative de l'axe des ordonnées o y

$$g(x) = f(x) - 3$$

$$\nabla f(x) = xi$$

$$\therefore g(x) = ax - 3$$

La courbe de h(x) est la même que celle de f(x), mais

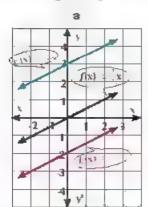
déplacée 2 unités dans la direction positive de l'axe des ordonnées oy

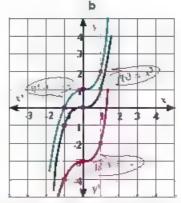
$$h(x) = f(x) + 2$$

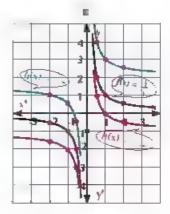
$$f(x) = xi$$

🔝 Escayor de résondre

Les figures suivantes indiquent les courbes représentatives des fonctions f, g et h. Eunvez les règles de g et h en fonction de $f(\tau)$ dans chaque figure







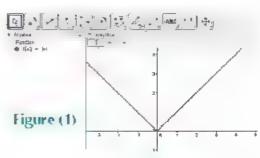
g(x)

[II] Translation horizontal de la courbe d'une fonction

Travail coopératif

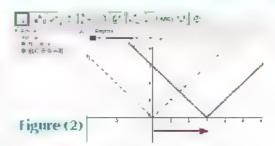
Travaillez avec votre camarade:

 Tracez la courbe représentative de la fonction f. f(v) = x. en utilisant le logiciel géogètra Écrivez la regle de la fonction dans la fenêtre Inserer comme survant: abs(v) puis chiquer sur Insérer, la courbe de la fonction apparaît dans la fenêtre



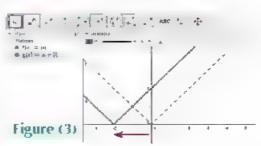
graphique et la regle de la fonction f(v) = |x| dans la fenètre algébrique Figure (1)

2) Tirez la courbe quelques unités horizontalement dans la direction positive de l'axe des abscisses Observez la nouvelle règle dans la fénètre-algébrique Figure (2)



3) Three la courbe dans la direction négative de l'axe des abscisses Que remarquez vous? Figure (3)

Reflichisse: Comment peut-on obtenur les courbes des fonctions g et h à partir de la courbe de la fonction f f(x) = x Sachant que $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}$ et h(x) = x + 4



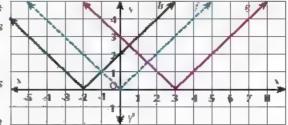


Tracé de la courbe de y = f(x + a)

Pour une fonction f, la courbe d'équation y = f(x + a) est la même que la courbe de Y = f(x) par translation d'amplitude a unité dans la direction f(x) est f(x) est la même que la courbe de f(x) par translation d'amplitude f(x) est f(x

Remarquez que: Dans la figure ci-contre f(x) - x

1) La courbe de la fenction g est la même que celle de f, mais déplacée 3 unités dans la direction de l'axe o i
g(x) = |x - 3| et l'origine de deux demi droites est le points de coordonnées
(3,0)



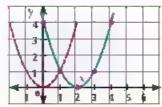
Example

- 4 Unlisez la courbe de la fonction f telle que $f(x) = x^2$ pour tracer les deux courbes représentatives des fonctions g et h sachant que
 - a 8(x) (x 3)2

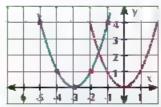
b $h(x) = (x + 3)^2$

O- Solution

8



La courbe de g (x) = (x-2)² est la mâme que celle de f(x = x²) ruais déplacée deux un rés dans la direction positive de l'axe des abscisses les coordonnées du sommet de la courbe sont (2 0) þ

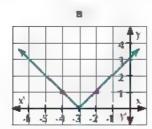


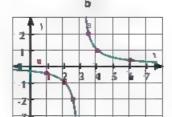
La courbe de h (t) = (x+3) est la même que celle de f(t) = x² mais déplacée 3 unités dans la direction négative de l'axe des abscisses les coordonnées du sommet de la courbe sont (3,0).

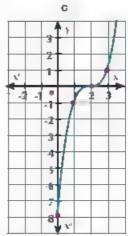
Essayez de résoudre

(5) Utilisez la courbe de la fonction f telle que. $f(\tau) = \psi$ pour tracer les deux courbes représentatives des fonctions g et h sachant que:

6 Les figures suivantes indiquent les courbes représentatives des fonctions: Écrivez les règles dans chaque figure







<u>Pensé critique</u>; Comment peut-ou obtenir la courbe de la fonction $f(v) = x^2$, à partir de la courbe de la fonction $(v) = (x-3)^2 + 2$

Tracé de la courbe de y = f(x + a) + b

De ce qui precede, on deduit que: la courbe d'équation y = f(x + a) + b est la même que la courbe de y = f(x) par translation horizontale d'amplitude a unités dans la direction o x si a < 0 (dans la direction o x si a > 0), suivie par une translation verticale d'amplitude b dans la direction o y si b > 0 où o y' si b < 0

🔲 Essayez de resoudre

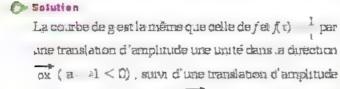
(7) Utilisez la courbe de la fonction f telle que $f(x) = x^2$ pour tracer les deux courbes représentatives des fonctions g et h sachant que

a
$$g(x) = (x+3)^2 - 4$$

$$h(x) = (3 x)^2 - 1$$

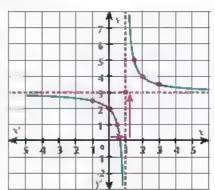
Exemple

(5) Tracez la courbe représentative de la fonction g telle que $g(x) = \frac{1}{x+1} + 3$ du graphique déduisez l'ensemble image et le sens de variation de la fonction



3 unités dans la direction oy Le point coordonnées (1 3) est le centre de symétrie de la courbe R (3) Ensemble image de g

Sens de variation de grest décrossante sur]- ∞ , 1[et décrossante sur]1 , $+\infty$ [



Pense critique: Peut-on dire que la fonction $f(x) = \frac{1}{2} + 3$ est décroissante sur son ensemble définition? Justifiez votre réponse

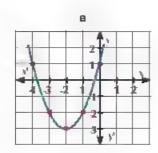
Essayez de résoudre

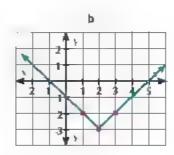
(8) Unlisez la courbe de la fonction f telle que f(x) = 1/8 où x ≠ 0 pour rerésenter chacune des fonctions définite et après.

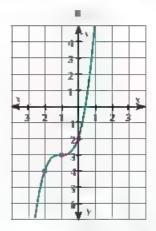
9.
$$g(x) = \frac{1}{1+2} + 1$$

$$\bar{b} h(x) = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2}$$

Derivez la règle de chaquine des fonctions représentées graphiquement par les figures survantes









Utilisation de la calculatrice graphique pour tracer les fonctions

Pour Utiliser la calculatrice graphique pour tracer la courbe de la fonction f telle que $f(x) = x^2 + 4x + 1$, suivez les étapes suivantes:

 Ouvrez la calculatrice puis appuyez sur MENU ensuite déplacez le curseur pour choisir GRAPH enfin chiquez EXE pour préparer la touche Insérer, la feuêtre d'écriture apparaira



2) Écrivez en Y1 la fenêtre d'écriture, la règle de la fonction où la touche τ, θ, χ sert à écrire la variable κ en appuyant sur les boutons suivantes.

3) Pour tracer la fonction appuyer sur

EXE C EXE

La fenêtre graphique apparaîtra comme il est indiqué dans la figure ci-contre

 Utiliser la touche dans la fénêtre graphique pour étudier la fonction.



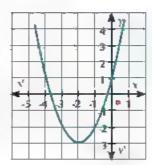
Remarquez que:

 $f(x) = x^2 + 4x + 1$ en complétant le carré

$$(x+4x+4) = 3$$

$$(x+2)^2 = 3$$

C'est-à-dire que la courbe de la fonction f'est le même que la courbe de la fonction g où $g(x) = x^2$ par une translation amplitude 2 unités dans la direction x suivi par une translation amplitude 3 unités dans la direction x qui est représenté dans la figure ci coutre

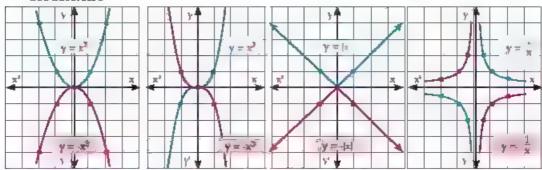




Application: En utilisant la calculatrice graphique tracez la courbe représentative de la fonction 1, + 4 en déduisez l'ensemble définition et le sens de variation de la fonction f teile que f(x)

[III] Symétrie de la courbe représentative d'une fonction par rapport à l'axe des abscisses:

Les figures suivantes montrent la symétrie de quelques fonctions usuelles par rapport à l'axedes abscrisses



Que remarquez-vous? Et qu'en déduisez-vous?



Tracé de la fonction y = f(t) pour une fonction f la courbe de y = f(t) est l'image de la courbe de y /(t) dans la symétrie par rapport à l'axe des abscisses



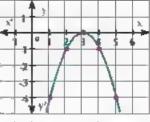
Utilisation des transformations géométriques pour tracer les courbes représentatives des fonctions

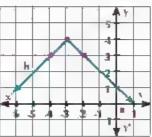
 Utilisez les courbes des fonctions usuelles pour tracer les courbes des fonctions g h et i tel.es que

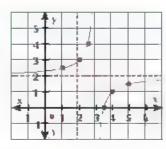
a
$$g(t) = (x-3)^2$$
 b $h(x) = 4 \cdot 1x+31$

To Selution

- La courbe de g(x) est l'image de celle de f(x) -x² dans la symétrie par rapport à l'axe des abscisses auvie d'une translation d'amphitude 3 unités dans la direction lo x ... Les coordonnées du centre de la symétrie de la courbe sont (3, 0) la courbe est ouverte vers le bas
- **b** La courbe de h(x) est l'image de celle de f(x) = kx dans la symétrie par rapport à l'axe des abscisses survie d'une translation d'amplitude 3 unités dans la direction o x' et d'une translation d'amplitude 4 unités dans la direction o y les coordonnées d'on gine de deux demi droites sont (3 4) La courbe est ouverte vers le bas







🛜 Essayoz da resoudre

Dans chacun des cas suivants, tracez la courbe de la fonction g telle que

b
$$g(x) = (x-3)^3$$

Puis justifier votre desan en atilisant un logiciel ou une calculatore graphique

Exemple.

Utilisation des transformations géométriques pour tracer les courbes des fonctions

7. En unl.sant une transformation géométrique convenable, tracez les deux courbes des fonctions g, h telles que $g(q) = 4 - x^3$, $h(x) = 4 - x^3$.

Salution

i) Tracé de la courbe de &

La courbe de g(x) est l'unage de celle de $f(x) = f^2$ dans la symétrie par rapportà l'axe des abscisses suivi d'une translation d'amplitude 4 unités dans la direction f(x) Figure (1)

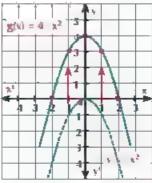


Figure (1)

ri) Tracé de la courbe de h

$$\nabla h(t) = |A - x^2|$$
 $\triangle h(x) = g(t)$

Alors l'ordonnée de tous les points de la courbe de h est positive où

h = g(x)

$$-y - \begin{cases} g(t) & \text{sin } g(t) > 0 \\ g(t) & \text{sin } g(t) < 0 \end{cases}$$

C'est-à-dure que la courbe de la fonction h se trouve dans le premier et le dexième quadrant Alors c'est une symétrie par rapport à l'exe des abscisses de la courbe de g pour tout g(i) < 0 Figure (2).

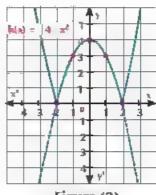
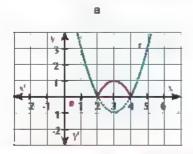
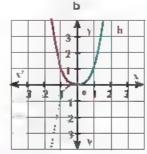


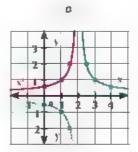
Figure (2)

Essayez de résoudre

Les figures or dessous montrent les courbes représentatives des fonctions f g et h. Ecrivez la règle de chacune des fonctions dans chaque cas







[IV] Dilatation de la courbe d'une fonction



Trace de la courbe de g(x) a f(x)

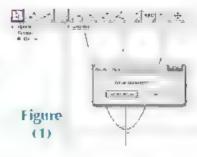
Travaillez avec votre camarade

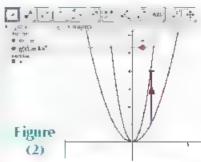
 Tracez la courbe de la fonction f f(x) x² en utilisant le logiciel Geogebra dans la feneire Inserer écr. vez la règle de la fonction comme sui vant

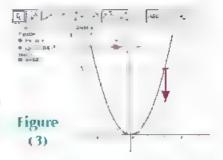
0 (x ~ 2 -

Une nouvelle fenêtre apparatira (Figure 1) en choisissez *créei des curseurs*

2) Utilisez le curseur des valeurs pour choisir d'autres valeurs de a où a 1 < a. Observez le changement de la courbe par rapport à la sourbe de la fonction f pour tout x e R. Figure (2). Paisez le meme pour 1 > a Figure (3). Que remarquez-vous 7 Qu'en déduisez-vous 7.







A apprendre

Tracé de la courbe de y = a f(x)

Four time fonction $f \cdot la$ courbe de y = a f(x) où a > 0

Est une dilatation verticale de la courbe de y f(x), de coefficient a Cette dilatation est un agrandissement si a > 1 et est réduction si a < 1

Tracé de la courbe de la fonction h telle que h(x) = a f(x + b) + c



Exemple

Utilisation des transformations géométriques pour tracer les courbes des fonctions

- Utiliser la courbe de la foction fite le que f(1) u pour tracer les deux courbes des fonctions g et hitelles que
 - a g(x) 11 x

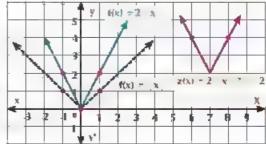
(b) h(x)=2|x = 71 ± 2

O Solution

a Tracé la courbe de g(x) est une dillatation verticale de la courbe de la fonction f le

coefficient a $\exists 2 > 0$ alors pour tout, pour tout $(x, y) \in \text{graphe de } f$ $(x, 2y) \in \text{graphe de } g$

La courbe de h(x) est l'image de celle de g(1) par une translation d'amplitude 7 unités dans la direction ox suivi d'une translation d'amplitude 7 unités dans la direction ov



Essayer de rézendre

(12) Utilisez la courbe de la fochen f telle que $f(x) = x^2$ pour tracer les deux courbes des fonctions g et h telles que

 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^2$

b #(1) ? 1 (1 5)°

Justifiez votre dessin en utilisant un logiciel ou une calculatrice graphique plus déterminez. L'ensemble image et le sens de variation



Activite

Application des transformations geometriques etudiées pour les fonctions de sinus de cosinus

Fonctions trigonométriques (courbe de la fonction sinus):

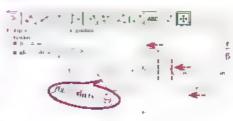
l: Translation de la courbe de la fonction dans la direction de l'axe des abscisses :

- 1) Utiliser le logicie, (6e06ena) et régier ses paramètres pour que la graduation de l'axe des absoisses soit en radians. Pour cela avec un clic droit sur l'interface choisir (axe des absoisses) dans la dernière ligne puis choisir le mode de graduation (#).
- 2) Dans la zone virtuelle située en bas de l'écran tapez l'instruction sin (x) puis appuyer sur (enter) La courbe de la fonction sinus s'affiche. La couleur et l'épaisseur de la courbe peuvent être réglées par un cue gauche sur la courbe de la fonction suivi par le choix de la couleur désirée et l'épaisseur de la courbe etc.
- 3) De la même manière on tape = 3.77 + x1 sur qui veut dire y = si x x + 77, plus on applue sur (enter) puis on accorde une autre couleur à la nouvelle courbe

4) Comparez les deux courbes. Que remarquez-vous?

On remarque que:

La courbe de la fonction sints a été translatée horizontalement de $\frac{\pi}{2}$ vers la gauche la deuxième fonction et la fonction sin x ont le même [-1:1], la fonction sin $(1+\frac{\pi}{2})$ n'est nu paire ni impaire car elle n'est nu symétrique par rapport à l'axe des y ni par rapport au point d'origine.



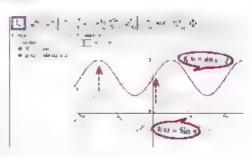
Pour réfléchir:

- > Quelle translation dans la direction de l'axe des t peut porter la courbe de la fonction $\sin\left(\tau \frac{\pi}{2}\right)$.
- II: Translation de la courbe de la fonction dans la direction de l'axe des Y.
- 1) Tracez la courbe représentative de la fonction $f, f(y) = \sin x$ comme précedemment.
- 2) Tracez, en une autre couleur, la courbe représentative de la fonction(x) sin x + 2.
 Comparez les deux courbes. Que remarquez-vous?

Dans la représentation graphique:

on trouve que la courbe de la deuxième fonction est obtenue de la courbe de $y = \sin x$, par une translation de 2 unités vers le haut.

On remarque que l'ensemble îmage de la deuxième fonction est [1:3], car en a translaté la courbe de la première fonction de 2 unités dans la direction positive de l'axe des y. On

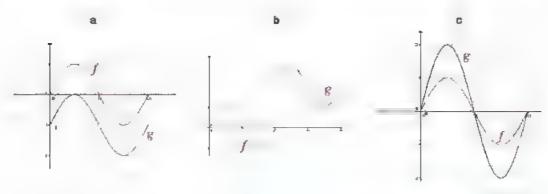


remarque également que la fonction $y = \sin x + 2$ n'est in paire in impaire.

Pensé critique:

Dans chacune des figures ci-dessous:

Décrivez les transformations géométriques de la courbe de la fonction f pour tracer la courbe de la fonction g, puis determinéz son ensemble image et étudiez le sens de variation de la fonction.



Amuria Press

Livre de l'élève - Premier semestre



1) Trouez les valeurs de a, b et c pour que f(x) = g(x) sachant que

f(t, (a + b) t3 + 3t ?

 $g(x) = 5x^3 + (a + c)x + b$

(2) Tracez la courbe représentative de la fonction f du graphique deduisez l'ensemble image puis étudiez le sens variation de la fonction de f

0>x & x > 0 0<x & 2

 $(\mathbf{b}, \mathbf{f}, \mathbf{x}) = \begin{cases} 4 & \mathbf{x} & \mathbf{x} < 2 \\ \mathbf{x}^2 & \mathbf{x} & \mathbf{x} \leq 2 \end{cases}$

o $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{ss. } x < 1 \\ 1 & \text{st. } x > 1 \end{cases}$

 $\int_{\mathbb{R}^n} f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{if } x < 0 \\ \frac{1}{x} & \text{if } x < 0 \end{cases}$

Choisissez la bonne réponse parmi les réponses données:

(1) La courbe représentative de a fonction g(x) = x + 4 est le même que celle de a fonction $f(x) = x^2$ par une translation d'amplitude 4 unités dans la direction

b ox of ov

(4) La courbe représentative de la fonction g(x)=x+3 est le même que celle de la fonction f(x) ut par une translation d'amputude 3 un lés dans la direction

b ox

. 6° 0 V

(5) Les coordonnées du sommet de la courbe de la fonction $f(x) = (2 - \sqrt{1 + 3})$ sont

a (2 3). b (3, 3)

e (-2 3) d (-2,-3)

Les coordonnées du centre de symétrie de la courbe de la fonction $f(t) = \frac{1}{t-3} + 4$ sont

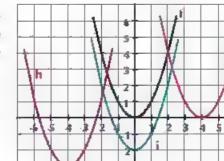
* (3: 4)

b (3 4)

c (3, 4)

d (3 4)

(7) Dans la figure a contre on tracé la courbe de la touchon f(t) - t2 La courbe a été déplacée dans les directions des axes des coordonnées «

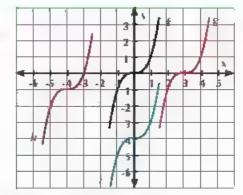


Ecrivez les règle de chaquine des fonctions:

>g, h z

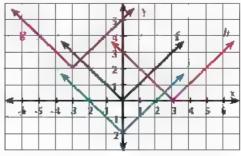
(8) Dans la figure: ci-coutre, on tracé la courbe de la fonction f: f(v) v courbe a été déplacée dans les directions des axes des coordonnées vet y

Ecrivez les règle de chacune des fonctions:



Dans la figure ci-contre, ou tracé la courbe de la fonction f(x) - M La courbe a été déplacée dans les directions

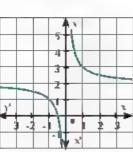
des axes des coordonnées vet y.

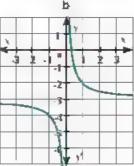


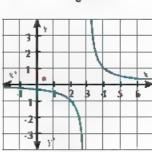
Ecrivez les règle de chacune des fonctions:

Dans la figure ci contre, on tracé la courbe de la fonction $f^{-}f(x)=\frac{1}{x}$. La courbe a été déplacée dans les directions des axes des coordonnées x et y Ecrivez les regles de chacame des fonctions représentées dans chacune des figures oi-dessous;

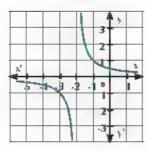


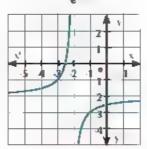


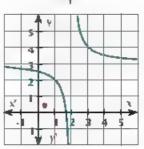




d







chacune des fonctions definies et dessons.

2 l(t) = j(t).

46

m seen J A	h 44.2 - 7 - 4	A 56.5 5 15"
1 f(x) = x 4	b $f_2(x) = x^2 + 1$ b $f_3(x) = (x-1)^2 - 2$	(a) A(b) *(x+1)*
		ir tracer la courbe représentative de
chacune des fonctions dé	finies ci dessous	
$\mathbf{z} f_1(\mathbf{z}) = \mathbf{z} + 1$	$b f_2(v) = av 3$	$f_3(x) = f_3(x) + 2$
$\mathbf{d} f_4(\mathbf{x}) = \mathbf{i} 5 \cdot \mathbf{x}$	$f_5(z) = x + 2 + 1$	$1 \int_{S}(x) \cdot (x-3) \cdot 2$
Puis déterminez la	es coordonnées des points d'i	intersection de la courbe avec les
axes des coordonn	rées dans chaque cas.	
(13) Utilisez la courbe de la fe chaonne des fonctions dé		ur tracer la courbé représentative de
	$f_{x}(x) = f(x) + 1$	\circ $f(x) \cdot f(x-2)$
- <u>-</u>	- м	
	$f_5(x) = f(x-2) - 1$	
 Puis déterminez le 	es coordonnées de centre de sy	ymétrie dans chaque cas.
(4) Utilisez la courbe de la fo	nction ftelle que $f(\tau) = \frac{1}{2}$ por	ur tracer la courbe représentative de
chacune des fonctions dé	finies a dessons:	
a k(x) f(x+1)	b k(v) = f(v-3)	i = k(v) - f(v) + 2
d k(t) f(x) 4	• $h(x) = f(x+2) - 5$	f(x) = f(x - 2) + 2
(5) Utilisez la courbe de la fo	enotion f telle que: $f(t) = t^2$ por	ur tracer la courbe représentative de
chaeune des fonctions dé	finies of dessous	
2 f(x) 4-x2	$\oint f_n(x) = -(x-3)^n$	$\int c_1(x) = 2x(x+3)^2$
- L		ir tracer la courbe représentative de
chaonne des fonctions dé	·	
$= f_i(x) - 2 - x $	b f _n (t) = -,r +5	$f_{0}(x) = 4 - x - 2$
d $f_4(x) = 2xt$	• $f_3(x) = -2 \cdot x - 1$	$f_0(x) = 5 \ 2 \ x + 2$
		courbe représentative de la fonction
	étudiez le sens de variation de	
a $f(r) = \int r^2 + 2$	si $t > 0$ b $\varepsilon(t)$	$\int_{0}^{\infty} r^{2} + 1 \text{si} 4 \leq \epsilon < 0$
1.0	si i O	$\begin{cases} \vec{r} + 1 & \text{si} 4 \leqslant \epsilon < 0 \\ \vec{r} + 1 & \text{si} 0 \leqslant \epsilon \le 4 \end{cases}$
$c f_3(x) = x \cdot x l - 1$	$d f_4(v) =$	1.
		résentative de chacune des fonctions
COLUMN OF STREET		

 $b \quad l(v) = 2 + f(x)c$

Livre de mathématiques pures - Section scientifique - Deutteme secondatre

+a = l(x) = f(x = 2)

Utilisez la courbe de la fouction f telle que f(x) = c pour tracer la courbe représentative de

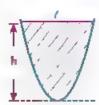
- Dans chacun des cas survants, tracez la courbe représentative de la fonction f telle que.
 - $(x) = \sqrt{x^2 8x + 16}$
- b /(r) 1 2r 31,x ∈[1:4]
- En lien avec la géométrie la commerce; Un commerçant de céréales paye 50 livres egyptiennes pour chaque tonne entre ou sorti de son entrepôt comme frais de chargement. Ecrivez la règle de la définition de la fonction qui exprime le cout de chargement et représente-la graphiquement
- 21) En lien avec la mecanique: Un corps parcourt une distance d mètres en 3 minutes s'il se meut à une vitesse constante de 30 mètres/minutes. Montrez que la vitesse y est inversement variée avec le temps i pour cette distance. Ecrivez la regle de la fonction qui exprime la vitesse et le temps, représentez la graphiquement puis trouvez le temps nécessaire pour que le corps parcoure la même distance s'il se meut à une vitesse constante de 45 mètres minutes.
- 22 En lien avec les nouvelles communautes urbaines: On a privé des parcelles de terrains rectangulaires pour l'hébergement des jounes gens dans une des nouvelles communautés urbames. Si la longueur de chaque parcelle est y metres et son aire est 400 mètres carres.
 - a Montrez que la longueur du terrain est inversement proportionnelle avec sa largeur.
 - b Ecrivez la règle de la fonction qui exprime la largeur du terrain en fonction de sa loongueur et représentez-la graphiquement
 - Du graphique trouvez la largeur du terrain dont la longueur est 25 mètres et vérifiez. votre solution algèbriquement.

Réflexion créative:

- 23) Soient v_1 , v_2 les zéros de la fonction $f_1(v)$ (v_1 a) 8 telle que où $v_2 < v_2$ et v_1 , v_4 les zéros de la fonction g: lelle que g(v) $5 \cdot (x + a)^2$ où $x_3 \le x_4$, $a \in \mathbb{R}$ Laquelle parmi les propositions suivantes est vraie?
 - $\mathbf{a} \quad \mathbf{x}_1 < \mathbf{x}_4 < \mathbf{x}_3 < \mathbf{x}_4 \qquad \quad \underline{\mathbf{b}} \quad \mathbf{x}_1 \leq \mathbf{x}_3 \leq \mathbf{x}_4 < \mathbf{x}_4$
- - E x1 < x1 < x2 . d x1 < x2 < x3
- 24) En lien avec l'industrie: Dans la figure or contre . Les deux hauteurs latérales d'un potail métalique bombé est de 3 mètres de longueur chacune et la forme de son arc superieure suit la courbe de la fonction f telle que $f(x) = a(x/2)^2 + 4$ Trouvez:



- a La valeur de a
- La hauteur maximale de la portail
- C La largeur de la portail
- 25. En lien avec la géométrie: L'aire de la partie comprisé entre la courbe de fonction du second et le segment horizontal joignant des points de la courbe est donnée par la relation; A 📑 🕏 / h



3 m

- Trouvez l'aire de la partie comprise entre l'axe des abscisses et la courbe de la fonction $f_n(x) = x^n - 6x + 5$ en unités carrées
- b Tracez sur le meme quadrillage les deux courbes des fonctions fet g où g(1) t 3 2 Puis trouvez l'aire de la partie comprise entre les deux courbes en mités carrées.

Unité (1)

Equations et inéquations

Allez apprendre

- Résolution des équations de la valeur absoue graphiquement
- Résolution des équations de la valeur absowe argébriquement
- Résolution des néquations de la valeur absoive graphiquement.
- Résolution des méquations de la valeur absolue algébriquement
- Mode sation des probiémes et des apptica-Upns quotidiennes et sa résolution en al risant les èquations et inéquabon de la valeur absonge

Vocabulaires de base

- Equation
- Inéquation
- Résolution glaphique

Aldes pédagogiques

- Festimes guadrinees.
- · Logicieis de graphisme

[1] Résolution des équations

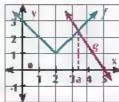
Travall coopératif

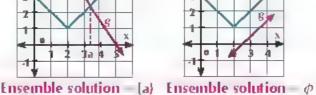
Dans un même repete tracez les courbes représentatives de deux fonctions fet g où fest la fonction de valeur absolue et g est fonction affine observez le graphique puis répondre

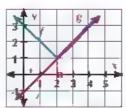
- Quel est le nombre des points probable d'intersection de deux. courbes?
- b Les points d'intersection de deux courbes vérifient ils tes règles de deux fonctions?
- Utilisez une calculatrice programmable la pour justifier votre. reponse

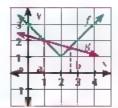
Remarquez que:

- 1) Aux points d'intersections, s'ils existent, on a f(x) = g(x) et réciproquement pour tout x appartenant à l'ensemble de définition commune de deux fonction
- Pour deux fonctions f et g l'ensemblé solution de l'équation f (v) g(v) est l'ensemble des abscissés de points d'intersection comme il est indiqué dans les figures suivantes:









Ensemble solution = $\{a : -\infty\}$ Ensemble solution $\{a : b\}$

Résolution de l'équation: $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \epsilon$

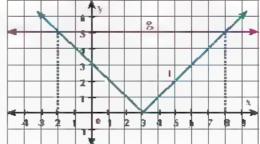


 $\mathbf{t} \cdot \mathbf{R}$ ésoudre l'équation: $x \cdot 3 = 5$ graphiquement et algébriquement,

Solution

Posens f(x) x - 3 et g(x) 5

- 1) On trace la courbe de la fonction $f(x) = x^3$ en dépiaçant la courbe de la fonction h(x) = x
- 2) Dans le même quadrillage, en trace la courbe de la fouchon g(x). 5 où g qui est une fonction constante Sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisse et passant per le point de coordonnées (0 5).



- : Les coordonnés des points d'intersection des deux courbes sont (? 5) (8 5)
 - . L'ensemble solution de l'équation est {-2-8}

Solution algébrique :

D'après la définition de la fonction valeur absolue f(x) : $\begin{cases} c-3 & \text{pour } c > 3 \\ c+3 & \text{pour } c < 3 \end{cases}$

Pour x > 3 $x = 3 \cdot 3$ c'est à dire $x = 8 \in [3], +\infty[$ Pour $x \le 3$ $x = 3 \cdot 5$ c'est à dire $x = 3 \in [-\infty, 3]$

L'ensemble solution de l'équation est (-2,8) ce qui confirme la solution graphique

Essayez de résendre

Résoudre chacune des équations suivantes graphiquement et a gébriquement

a (x) 4-0

b , st + 1 0

c 1x=7 =5

Quelques propriétés de la valeur absolue d'un nombre

A apprendre

1) $|a b| = |a| \times |b|$ par exemple $|2 \times -3| = |-6| = 6$ et $|2| \times |-3| = 2 \times 3 = 6$

2) a + b ≤ ta. + .b

L'égal.té est obtenue a les deux nombres a et b sont de même aigne. Par exemple

4+ 5 · 14 + 5 = 9 et - 1 - 4 - 5 = 9

Remarquez que:

1) St M=a alors m + a ou t = a pour tout $a \in \mathbb{R}^+$

2) Si a b alors a b ou a b pour tout a e R b e R

3) x = \psi - \psi

Résolution de l'équation $|\mathbf{a} \mathbf{x} + \mathbf{b}| = \mathbf{c} \mathbf{x} + \mathbf{d}$



2 Résoudre l'équation: 2 t 3 t + 3 graphiquement et algébriquement.

Continue Salution

Scient
$$f(x) = [2x - 3, g(x) = x + 3]$$

Solution graphique:

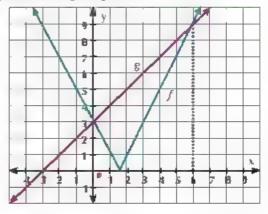
$$f(f(x)) = \frac{1}{2}x \quad 3 = 2(x - \frac{3}{2})$$

$$f(x) - 2 \ln \frac{3}{4}$$

La courbe de f est la même que la courbe de

2, ri par une translation d'amplitude 3 dans la

direction ax



g: g(x) = x + 3 est représentée graphiquement par une droites de pente -1 et passaut par le points de coordonnés (0 ; 3)

Les coordonnés des points d'intersection des courbes (0, 3) et (6, 9)

L'ensemble solution de l'équation est. {0 ; 6}

Solntion algébrique:

$$2\tau - 3 \qquad \begin{cases} 2x - 3 & \text{si.} & x \geqslant \frac{3}{2} \\ -2x + 3 & \text{si.} & x \leqslant \frac{3}{2} \end{cases}$$

Pour $\tau > \frac{3}{2}$ ou a $2\tau = 3 = \tau + 3$ d'où $\tau = 6 \in [\frac{3}{2}, +\infty[$

Pour $x < \frac{3}{2}$ on x < 2x + 3 = x + 3 d'où $x = 0 \in] \cdot \infty$; $\frac{3}{2}$

L'ensemble solution de l'équation est; {0 : 6}

Essayer de résoudre

Résondre chaque des équations suivantes graphiquement et algébriquement.

Résolution de l'équation : $|\mathbf{a} \times \mathbf{x} + \mathbf{b}| = |\mathbf{c} \times \mathbf{x} + \mathbf{d}|$



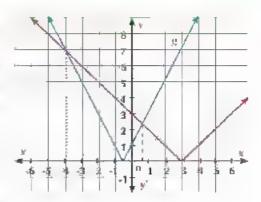
3) Résoudre l'équation v - 3 = 12x + 1 graphiquement.

O Solution

Poso is f(x) = x - 3! et g(x) = [2x + 1]

La courbe de la fonction f: f(x) = ax - 3 est le même que la courbe de let en la déplaçant trois unités dans la direction de ax. Pour la courbe de la fonction $g: g(x) = 2 \cdot x + \frac{1}{2}$ est le même que la courbe de 2|x| en la deplaçant norizontalement $\frac{1}{2}$ unités dans la direction de ax^2 . Les condomées des points d'intersection des courbes des tieus functions f et g sont (-4, 7) et $(\frac{1}{2}; \frac{7}{2})$.

L'ensemble solution de l'équation est $\{|4\rangle, \frac{1}{2}\}$



🔝 Essayez de résoudre

(3) Résondre graphiquement chacune des équations suivantes

Exemple

4. Trouver algebriquement l'ensemble solution de chaeune des equations suivantes.

$$x + 7 = x - 5$$
 mats $7 \neq -5$ (solution refusée).

· 3 - 1



Single, bell

et la, =lb , alors

 $a = \pm b$

Verification:

En posant a 🚓 1 dans les deux membres de l'équation, on move que:

Viembre de gauche : Membre de croite : 6

Done l'ensemble sou fron est { -1}

Reflechissez;

Fronver l'ensemble solution de l'équation précedente en tailisant la mé, use se l'élévation des carres des taux membres pais vérifier les valeurs trouvées.

b
$$\sqrt{x^2 \cdot 6x + 9} = 9 - 2x$$

 $\sqrt{x^2 \cdot 5x^2} = 9 - 2x$ alors: $\sqrt{x^2 \cdot 3x^2} = 9 - 2x$

alors:
$$x = 4e [3] + x [$$
th 5, $x = 3$ done: $x = 3 = 9 + 2x$

pour tout nombre

. L'ensemble solution est [4]

Réflechissez:

- Peut on utiliser la méthode algébrique pour résoudre l'équation précédente? Comment?
- (4) Trouvez algébriquement l'ensemble solution de chacune des équations survantes

Applications de la vie courante sur la résolution des équations

Exemple

Planification des villes

5 Une parcelle du terrain comprise entre les deux courbes de fonchons fet g, où f(v) τ 3 2 et g(v) 3, Calculez son ane, en unités carrees Si la longueur de l'unité est 8 mètres, calculez l'aire du terrain en mètres carrées.

O Solution

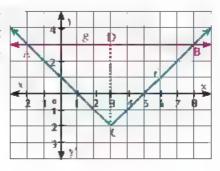
En représentant les courbes de deux fonctions, on trouve qu'elles se courbent aux points A (2;3) et B (8;3), La parcelle du terrain a la forme d'un triangle ABC rectangle on C

On a AB 8 (2) 10 unités

:.Aire
$$\triangle$$
 B A C $\equiv \frac{1}{2}$ AB \times CD

...Aire
$$\triangle$$
 B A C = $\frac{1}{2}$ AB × CD $\frac{1}{2}$ × 10 × S = 25 unités carrées

L'aire du terrain 25 (8 × 8) 1600 mètres carrées



🚹 Essayez de réseadre

(5) Trouvez, en unités carrées, l'aire comprise entre les deux courbe des fonctions f et g où: $f(x) = x-2 \cdot 1$, $g(x) = 5 \cdot x \cdot 2$



Exemple Réseaux routière

6 Deux routes, la première est représentée par la courbe de la fonction f où f(v) = v 5 et la denxième est représentée par la courbe de la fonction g ou $g(\tau) = 5$, $\tau \le 1$ les deux routes se coupent aux deux points A et B, trouver la distance entre A et B à un kilo mètre prés sachant que l'unité de longueur représente une distance de 5 km.

> Solution

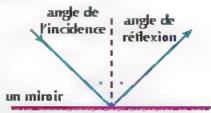
Les deux contes se coupent si f(t) = g(t), alors Le 5i = 5 $\frac{3}{3}$ t = y

- L'unité de longueur représente 5 kilomètres
- ... La distance entre a et $b = 5 \times ? \sqrt{13} 10\sqrt{13} = 36 \text{km}$



Activité

Si un rayon de la lumière est projeté sur une surface réfléchissante (un miroir) la trajectoire du rayon lumineux est soumise à la fonction valeur absolue de telle sorte que l'angle de l'incidence sort égal à l'angle



de réflexion. Comme la trajectoire d'une baile de billard avant après le dioc avec la bande de billard dans certains cas

- La figure or contre montre que le poueur de billard nire vers la bille noire

 Considérons que ox et ov
 - Considérens que o x et o y les deux axes de coordonnées et la trajectoire du bille est définie par la fonction $f(x) = \frac{4}{3}$ in \Im

Est ce que la bille noire va tomber dans la pootre de billard?



Essayes de résendre

(i) Dans l'activité précédente, vérifiez votre solution en déterminant les points d'intersection en solvant les deux équations graphiquement

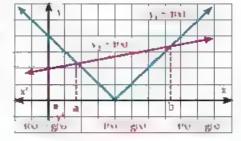
[II] Résolution des inéquations

Vous avez déjà étudié les équations. Une inéquation est une proposition mathématique qui contient l'un des symboles (< → ≤ >) Résolidre une méquation consiste à trouver l'ensemble des valeurs de l'incomme qui rendent l'inégalité visite.

Résolution des inéquations graphiquement

La figure or contre montre les courses représentatives de deux functions f et g ob $y_1 - f(x)$ $y_2 - g(x)$ L'ensentale solution de l'équation f(x) = g(x) est $\{a,b\}$

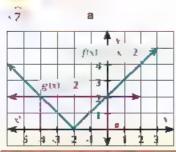


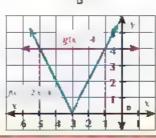


On remarque que: $y_1 \le y_2 \in \hat{a}.d. f(x) \le g(x)$ si $x \in [a:b[$ $y_1 > y_2$, Cà.d. f(x) > g(x) sá $x \in]-\infty$; $a[\cup]$ b ; $+\infty[$



Exemple





Ensemble solution de l'inéquation est

It + 2 < 2 ou: I-4:01

Ensemble solution de l'inéquation est

2x+61>4 : [-0;-5] -[-1; -[on: R 11:51

Ensemble solution de l'inéquation est

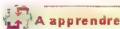
at 2 ≤ 3 [-1:5]

Essayaz de résoudre

7 Trouvez l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes en vos aidants par les figures de l'exemple (7)

- b 2x-6 ≤4
- c lx 2 > 3

Résolution des inéquations algébriquement



- i) Si $x \le a$, a > 0 alors: $a \le x \le a$
- ii) Silx, ≥ a , a > 0 alors: x≥a on x≤ a



Exemple

· 8 Trouver, sous la forme d'un intervalle, l'ensemble solution de chacune des inéquations survantes.

Solution

a
$$x = 3 < 4$$
 c.a.d. $4 < x = 3 < 4$

En a jourant 3 aux membres de la double inegalite

'. L'ensemble solution
$$=$$
] 1; 7[



Pour tout a . bet c:

Sin < b et b < c . alors a <c.

Si a < b. alors a+c < b+c

Si a < b et c > 0, alors ac < bc.

Sin <betc < 0, alors ac > bc

Si a et b sont deux pombres positifs et si $a < b, \frac{1}{n} > \frac{1}{n}$

b
$$\sqrt{(x+1)^2} : x+1$$

 $x = 1 > 4$ done $x > 5$
 $x \in \mathbb{R} = 1 < 5$

d'oùr
$$|x-1| \ge 4$$

où $|x-1| \le -4$ donc $|x| \le -3$
 \therefore L'ensemble solution est $|x| = 3$ $|x| \le 5$

En calculant l'inverse des deux membres

En ajoutant 3 aux membres de la double mégalité

3 62167

En divisant par 2

 $\therefore \frac{5}{4} \leqslant x \leqslant \frac{7}{4}$

· L'ensemble solution de l'inéquation est $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{T}{L} \end{bmatrix} \cdot {\binom{\frac{1}{2}}{2}}$

Essayez de résoudre

- (8) Trouvez sous la fonne d'un intervalle. L'ensemble solution de chacune des inéquations survantes
 - a lx ⋅ 7l < 11</p>
- b $|3x \neq 7| \leq 8$ of $\sqrt{x^2 6x + 9} > 8$ d $\frac{1}{2} > 5$

Exemple

(Applications quotidiennes sur la résolution de l'inequation)

- 👣 Une société de gaz naturei nomme les lecteurs des compteurs suivant leurs tailles. On accepte les candidats dont la taille est de 178cm à 190 cm ou Exprimez les tailles possibles des candidats qui se présentent pour occuper le poste par une inéquation en utilisant la valeur absolue
- O-Solution

Supposers que la taille du candidat = rem 178 ≤ x ≤ 192, en ajoutant -185 aux membres de l'inéquation

178
$$185 \le x - 185 \le 192 - 185$$

 $178 \le x - 185 \le 7$ cad $x - 185 \le 7$



🔲 Essayez de résoudre

- Ecrivez l'inéquation de la valeur absolue qui exprime
 - La note d'un étudiant dans un examen est de 60 à 100 pounts
 - La température mesurée par le thermomètre médical comprise entre 35° et 42°
 - c Les algues vertes se trouvent dans les océans à un profondeur qui peut arriver à 30 mètres

Pense critique: Ecrivez sous la forme d'un intervalle de valeur absolue pour ce qui suit

a 42 12 4

D D < x < 6

c x > 2 1 < 3

d R [2 6]



Exercices 1 - 5



Trouvez algébriquement l'ensemble solution de chacune des équations suivantes:

(4)
$$1x + 2 + x - 2 = 0$$
 (5) $x + (x) = 2$

Trouvez graphiquement l'ensemble solut on de chacune des équations suivantes:

(1)
$$1x + 21 + x - 2 = 0$$
 (2) $x = 21 = 3x - 4$

(12)
$$x = 21 = 3x - 4$$

(3)
$$12x-4. = x+11$$
 (4) $1x1+x=0$ (5) $x+21=x-3$

(14)
$$1x1 + x = 0$$

Trouvez l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes:

Trouvez l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes:

(3)
$$|3x-2| < 4$$

(6) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} \ge 4$

$$(27) \sqrt{4x^2 + 1^2 x + 9} \le 9$$

$$29 \frac{1}{624.5} > 3$$

(31) En liens aver la mécanique:

Un corps se mest à une vitesse uniforme d'intensité 8 cm/s-Le corps se deplace de la position A à la position C passant par la position B sans airêt. Si la distance entre le corps et a position B est donnée par la relation d(t) = 8.5 thou t est mestré en sécondes et la distance en cent metres.

Calculez a distance entre le corps et la position B après 2 secondes et 8 secondes. Que remarquez = vous 1 Justitier votre répense



- b Orand le corps se trouve-il- à une distance de 16 cm de la posit en 39 Justif et votre réponse,
- Quand le corps se trouve d- à une distance inférieure à 8 cm de la position Bº

Résumé de l'unité

- 1 Function: C'est une relation entre deux ensembles non vides X et Y telle que pour chaque element de l'ensemble X il existe une seule image dans l'ensemble Y Cette relation s'éont sous la forme de f X -Y Une tonction est determinée par trois éléments son ensemble de définition, son ensemble d'arrivée et son expression algébrique Une fonction est dite une fonction réelle a son ensemble de definition et son ensemble d'armyée sont des parties de nombres réels 🖳
- 2 Le test de la droite verticale. Dans la représentation graphique d'une relation par un ensemble de points dans un repère orthogonal ist toute droute verticale paissant par un élément de son ensemble de définition coupe la représentation en un seul point alors cette relation est une fonction
- 3 Fonction definie per morceaux: C'est une fonction réelle, pour des parties de son ensemble det mittou sont attribuées des règles de definitions différentes
- Operations sur les fametions: Soient f et f, deux tonctions dont les ensembles de définition sont D, et D, respectivement alors

 - > $(f_1 \pm f_2)(t) f_1(t) \pm f_2(t)$ Où l'ensemble définition de $(f_1 \pm f_2)$ est $D_1 \cap D_2$ > $(f_1 + f_2)(t) f_2(t) + f_2(t)$ Où l'ensemble définition de $(f_1 + f_2)$ est $D_1 \cap D_2$ > $(f_1 + f_2)(t) f_2(t)$ est $f_2(t) \cap D_2$ ensemble définition de $(f_1 + f_2)$ est $(D_1 \cap D_2, -z(f_2))$
 - > ou (f.,) est l'ensemble des zéros de f.,
- 5 Compass des fonctions: Si l'ensemble image de la fonction f'est une parti de l'ensemble détinition de la tonction f on peut déduire une nouvelle fonction h composée de deux fonctions notée h g. f qu. se lit g rond f(composée de f suivie de g). On a donc $h(t) = (g \circ f)(t) - g[f(t)]$
- Fonction page at fonction impace: Fonction paire. On dit qu'une fonction est paire si f X - Y appartegant à l'ensemble de définition f(x) = f(x) post tout $x \in X$, $-x \in X$ Fourtion impaire. On dit qu'une fonction est impaire si f. X . . Y appartenant à l'ensemble de définition f(-x) = f(x) pout tout $x \in X$, $-x \in X$
- 7 Foretion imperate: La fonction f X -- Y est dita in active in pour tout a ∈ X b ∈ X et f(a) = f(b) alors at trement dit is $a \neq b$ alors $f(a) \neq f(b)$
- be rest da la droite horizontale: La fonction f X 💮 🔸 Y est une injection si la droite norizontale (parallèle à l'axe des abscisses) en lous les points représentant l'ensemble image de f coupe la courbe d'une fonction en un point unique
- 9 Sens de variation d'une fenetion: Une fonction est dite croissante sur la b[si pour tout x, x_n appartenant à l'intervalle a b $\{x_n > x \text{ alors } f(x_n) > f(x_n)$ Une fonction est dite décroissante sur la b[si pour tout x et x, appartenant à l'intervalle $[a, b], x_n > x_n \text{ alors } f(x_n) < f(x_n)$ Une fonction est dite constante sur la bl si pour tout x, et x, appartenant à l'intervalle]a b[$x_1 > x_1$ alors $f(x_2) = f(x_2)$

- 10 Fonction diséaure: la forme la plus simple. f(t) = t elle est représentée par une droit passant par le point de coordonnées (0,0).
- 11 Fenerien Carré: la forme la plus simple $f(x) = x^2$, elle est représentée graphiquement par une parabole symétrique par rapport à l'axe des ordonnées (0, 0) et le sommet de sa courbe est le point de coordonnées x = 0.
- 12 Fonction Cube: la forme la plus simple $f(t) = x^3$, le point de coordonnees (0,0) est le centre de symétre de la courbe
- 13 Fonction valour absolves

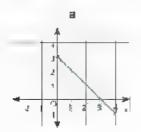
 La forme la plus simple f(t) = t, qui peutêtre définie f(t) = { x si x > 0 }

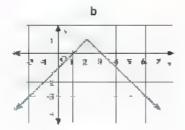
 elle est représentée par deux demi-droites de même origine (0; 0) la peute de l'une = 1 et la peute de l'autre = 1 lui ≥ 0, l-v = |x|, √√2 ext
- 14 Fonction inverse; La forme la plus simple $f(v) = \frac{1}{v}$, elle est représentée graphiquement par une hyperbole et le centre de symétrie de la courbe est le point de coordonnées (0;0)
- 15 Transformations géan extiques les transformations géométiques de la fonction f et y = f(x), a > 0 sont déterminées comme suit.
 - y=f(x) + a où a > 0 représentée par une translation de la courbe de la fonction f dans la direction positive de l'axe des ordonnées d'aimplitude a
 - > y = f(x) a où a > 0 : représentée par une translation de la courbe de la fonction f dans la direction négative de l'axe des ordonnées d'amplitude a
 - > y = f(x + a) où a > 0 representee par une translation de la courbe de la fonction f dans la direction négative de l'axe des abscisses d'amplitude a
 - F(x, a) où a > 0 representée par une translation de la courbe de la fonction f dans la direction positive de l'axe des absoisses d'amplitude a
 - y=f(-1), représentée par une symétrie de la courbe de la fonction f par rapport à l'axe des abscissés.
 - γ a f(x) où a > 1, représentée par une dilatation verticale de la courbe de la fonction f de coefficient a. C est un agrandissement sû a > 1 et une réduction sû a < 1.</p>
- 16 Les propriétes de la fonction valeur absolue:
 - a ab a b

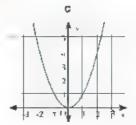
- C Si t ≤ a et a > 0 alors: a ≤ t≤a
- d Si n ≥a et a > 0 alors: 1 ≥a on t ≤ -a

- Dans les représentations graphiques survaines;
 - a Determiner l'ensemble mage
- b) Determ nez les fonctions njectives.

er Flad er le sens de vanation







þ



e





- (2) Déterminez l'ensemble de définition de chaquine des fonctions définies par

 - **a** $f_1(x) = 2x^3 + x + 3$ **b** $f_2(x) = \frac{2x}{x^2 + 3}$ **c** $f_{1/3} = \frac{x^2 1}{x^2 + 3}$

- **d** $f(x) \sqrt{x+3}$
- $f_{i}(x) = \frac{3}{\sqrt{x+2}}$
- $f(f_6|s) = \frac{1}{2(4s+4)}$
- (3) L1 lisex is courbe de is fenerion / toile que y = f(x) pour representer graphiquement chacune des fonctions su vantes
 - a g(x) = 4 + x
- **b** $\otimes_{n}(x) = x = [$
- 10 g(v)=x43

Démontrez ensulte que chacune de ces fonctions est in ective et étud ez son sens de variation.

- (4) Utilisez la courbe de la fonction f telle que f(x) in pour représenter graphiquement chacune cas fo ictio is su ventes
 - a g(x) 1x 1
- b g(x) 2 kg
- 6 g(v, x + 11 3

Etudiez le seus de variation de chaque fonction,

- (5) Utilisez la courbe de la fonction faelle que Au 1º pour représenter graph quement chacune des fonctions su vantes:
 - 2 g (x) x2-3
- b 365(x) 2 x
- $g_{x}(x) = (x 2)^{2} + 1$

Trouvez ensuite l'équation de l'axe de symétrie de la courbe de chaque fonction.

(6) Utilisez la courbe de la fonction i elle que (x) x i su, r représenter graphiquement the come des fonctions survantes

 $a \cdot f(x) \cdot (x+3)^3$

b $f_n(x) = (x - 1)^3$ **8** $f_n(x) = (x - 1)^3 - 2$

d L(x) = (x + 1)5 2

 \bigcirc I tilisez la courbe de |a| o retion if telle que fix $p=rac{1}{2}$ où x $\neq 0$ pour represe ver graphiquement chacare des foncaons suivar les

a $f(x) = \frac{1}{x+1}$ **b** $f_2(x) = \frac{1}{x+2}$ **c** $f_2(x) = \frac{1}{x} + 2$

d $f_n(x) = 1 - \frac{1}{x}$ **e** $f_n(x) = \frac{x+1}{x}$ **f** $f_n(x) = \frac{x}{x} = \frac{5}{x}$

(8) rouvez l'ensemble solution de chaci ne des equations et des inéquations su vantes

a 2x-11-3-0

b 13x - 2 + 2x = 0

C x+2 .x - 31

d x+3 ≤1

e 13x - 21 ≥ 6

4412 12x+4 2 5

(9) En Lien avec la géométrie: trouvez , aire un la partie comprise entre les courbes des functions fe_i g telles que

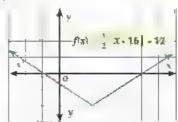
f(x) = (x + 3) + 2, g(x) = 4

 $f(x) = (x-3) \cdot 1$, $g(x) = 3 \cdot x \cdot 3$.

- (10) Une i sinc de production du lait, p oduit de bouteilles de cigm pour verifier la qualité de poids les beuteliles passent sir une agne de surve, lance de qua ité du poids qui permet à passer les bouteilles de sorte qui a 500 < 15 Déterminer le plus grand et le plus petit ponds de boatestle qui l'assine distribue aux marches.
- La figure la-contre mombe la courbe de la fonction f défine par;

May 10 16-12

("ho sissez des muitées convenables pour les deux axes on et ou Pans trouvez, graphiquemen, l'ensemble solution de l'aquation f(x) 6



Réflexion créative:

- (12) Dans un mêtre repère, représenter les deux fonctions f et gutelles que f(x) | s'art es $g(x) = 2 \cdot x$ i Di, graph que, trouver l'ensamble solution de l'équat on f(x) = g(x)
- 13 Démontrer que la fenction $f(x) = \frac{12}{x+x}$ est paire. Trouver ensuite augebriquement l'ensemble solut on de l'équation Ast + 3



Épreuve cumulative



(1) On a effectué des transformations géométriques sur les fonctions f , g et h telles que $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ et $h(x) = \frac{1}{x}$ pour obtenu les roprésentations graphiques suivantes:

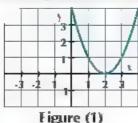
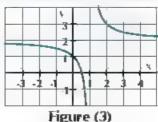


Figure (2)



- a L'expression algébrique de la fonction représentée dans la figure (1) est.
- b L'expression algébrique de la fonction représentée dans la figure (2) est
- C L'expression algébrique de la fonction représentée dans la figure (3) est.
- d La fonction non injective est représentée dans la figure
- L'ensemble image de la fonction représentée dans la figure (1) est.
- L'ensemble mage de la fonction représentée dans la figure

est R.

- 9 Le centre de symétrie de la fonction représentée dans la figure (3) est,
- 5 L'équation de l'axe de symétrie de la courbe de la fonction représentée dans la figure (1) est
- (2) Trouvez l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes:

a
$$f_1(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 10}$$
 b $f_2(x) = \sqrt{x + 2}$

b
$$f_2(x) = \sqrt{x+2}$$

$$a_{1} f_{3}(x) = \frac{3}{\sqrt{x-3}}$$

3 Soient $f(x) = \frac{1}{x}$ où $x \neq 0$ et g(x) = 2x trouver la valeur de:

(f+g)(t), (f-g)(t) et $(\frac{1}{g})(t)$ purs tronvez la valeur de (f+g)(1), (f-g)(2) et $(\frac{g}{f})(-1)$

- (4) Tracez la courbe représentative de la fonction f telle que f(x) = x 3 + 1. Du graphique étudiez le sens de variation de la fonction pure trouvez l'ensemble solution de l'équation f(x) = 4
- (5) Trouvez l'ensemble solution de chacune des équations et des méquations suivantes:

- (6) Démontrez que la fononon fielle que $f(z) = \frac{|z_i|+1}{z}$ est paire puis la représentez graphiquement. Trouver ensuite graphiquement et algébriquement l'ensemble solution de l'équation f(x) = 2x - 2 et vérifiez la solution.
- 7 En lien avec la mécanique; D'un point du sol, une fusée est lancée verhealement vers le haut à une vitesse de 98 cm/s. Si la relation entre la distance qu'elle parcourt et le temps écoulé est $d = 98 t - 4.9 \hat{r}$ où t est le temps en secondes et d est la distance en mètres, démontrez que cette fonction n'est pas injective puis tronvez:
 - La hauteur de la fusée deux secondes après son lancement.
 - b Le temps qu'elle met pour atteindre une hauteur de 470,4 mètres du sol.

Unité 2

Puissances, Logrithmes et Applications

Introduction de l'unité

La notion des logarithmes a été introduite en mathematique à la fin par john Nabbier au début de 1 par sécle. Il l'a introduite comme un moyen pour simplifier certains calculs pour aider les marins, les savants et lés ingenieurs à partir des outils performants (à l'époque) comme lés règle du caloul et les tableaux des logarithmes. Leonhard Fuler en 18 marins aècle a decouvert des proprietées très utiles pour les prabicions. Parmi ces proprietées déterminé le logarithme de produit de deux nombres $\log_a{(xy)} = \log_a{(xy)} = \log_a{(xy)$

Compétences attendues de Punité

- Reconnaite la fonction éxponentielle

 / x = * 1 % a

 Reconnection

 Reconnec
- de neconnatre la epresentation plantique de la tonti chexia nentie net dedure es più dés
- Chikes un thiele i mule depuisance attannelles
- A Resulter des age of nins exprisant elles
- P Résidivez dessiproblèmes dando sont à des équition de la forme a" = b
- ## Sec montrelation of the engineering and the engineering assumed to the engineering and the engineering
- forme bleachand extracted to the september of extracted by the september of the septembe
- Or Recommande la morti in recipina, eletta condicioni de son existence i en de la disprehaviori materia.
- Of Recordable a epidemental organizatione de transtranscribert que come mage d'une transqui symétre par rappet a la disce y = x in étudie par exemple la représentation parphique de la transcribility que de la désensación come ton for résprique de la timin explanatione elegation de discreptiques

- Of Deduce an electric entre to the for experience electron transport producement.
- 6 Recommitte rest implemente regardhme.
 - A X 6 BC + 4 B. 5 AX B. . .
 - * | E = | E + ++ > | (+ >)
 - Fire the right JEB | nex

 - tod to dog to the Re
 - > log_(= 10g, a . f∈ € ,)
 - luk's seg, !
 - 1 led 1 = 1 1
 - Résouvez det équal instriga rhera pales.
 - Récovez de la tiene en apropont es terrole des egalmmes
 - Recommittees apartime suel itale "
 - Trivez la vaser d'ul lagarthme el s'isart
 la la lix e
 - to service el el proposition de d'algonie.



Vocabulaires de base

Exception

Ho seance

Base

в Расупея

Exposant fractionnaires

C Pacme carrée

7. Recept calsuge

Facure mèrce

: Racine réelle

Orossance exponentialió

Décroisance exponentelle

: Par

2 Impur

Formalisa exponenti ellex

3 Fonctions expensionelle

3 Equations exponential test

3 Fonction engineering

3 Fonction décre sante

2 Symétre

3. Intérêt composé

Раповоц пістрюцие

2 Loganthme

₹ Forme ësporientielle

2 Logarithme usuel

3 Logarithme natural

3 Fonctions logarithmiques

E Egrandna loganthaugues

E.

Leçons de l'unité

Lesson (2 1) Puissances fractionnaires

Lesson (2 - 3) Fonction exponentielle emppireations

Le sson (2 - 3) Résolution des equations exponentielle

Lesson (2 - 4) Fonchon réciproque

Lesson (2 5) Fonction logarithme et sa représentation graphique

Lesson (2 6) Quelques propriétés dès logarithmes



Organigramme de l'unité

Pulssances, logarithmes et applications

Get mitral is without due for recules also product ancess

Od Pinition du la fonce ion-impotentitud la listreates

Plantition du la fonce ion-impotentitud la listreates

Plantition du la fonce ion-impotentitud la listreates

Plantition graphique de la la fonce ion
Plantition graphique de la la fonce ion
Plantition graphique de la la fonce ion-

Recistor ed dome

expectant title forestion de poissaines.

Application var de la fotection experimentale

Application versir in fotection especial metiod in (sestimanet disconsistation) (sepantes de pulsament

Equations exponentialles

Puissances fractionnaires

expanentiete

Fanction

Fanction

Franction

Fr

Function

Application surfation prophigues to infantation is partitude

Application started proprietable

lagur Mirtig

Résembre les équations l'ogarblessique

Proprietés des logarithmes

Aides pédagogiques

Feuilles multimétrés - Une calculatrice scientifique — Ordinateur - Logiciels Graphique

Unité 2

Puissances fractionnaires



Allezapprendre

- Général sation des formules de pussances.
- Racine nième
- Formulés de pussancés frac-tionnaires.



Vocabulaires de base

- · Pulssand's nime
- · Rase
- Pulssance
- Racine nième
- · Exposant fractionnal:



Aides pédagogiques

- Calculatrice scient figure
- Logiciels de graphisme

64



Préliminaire

Vous avez déjà étudié les racines carrées d'un nombre réel non négatSi et quelques propriétés des racines carrées et des racines oubiques ainsi que les puissances entières. Dans cette leçon, nous allons étudier les puissances fractionnames.



A apprendre

Puissances entières

- Pour tout a ∈ № {0}, n ∈ Z⁺ on. a° a×a×a× , ×a (où le facteur a est repete n fois) (aº) est appelé la puissance n²⁰⁰² du nombre a où le nombre a est appelé la base, et le nombré n'est la guissance. On dit que a est élevé à la puissance n.
- 2) a⁰ -1
- pour tout a e 1 {0}
- 3) $a^{-1} \frac{1}{a}$,
- $a \neq 0$

Propriétés de puissances entières

Pour tout $m \in \mathbb{Z}$, a, b $\in \mathbb{R}$ {0} on a:

- > a^m × aⁿ = a^{m + 5}
- > (ab)ⁿ · aⁿ b n

≽ a^m a ^m n

 $\geq (\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$

> (a^m)ⁿ − a ^{ma}



Exemple

Démontrez que 9 4n +1 × 4 1 + 2n 1



Membre de gauché $\frac{(3^{\frac{5}{2}})^{\frac{46}{4}+1} \times (2^{\frac{5}{2}})^{\frac{5}{2}+2a}}{3^{\frac{5}{2}a+1} \times (2^{\frac{4}{2}} \times 3)^{\frac{1}{2}+6}} = \frac{(3)^{\frac{5}{2}a} \times 2^{\frac{4}{2}+4a}}{3^{\frac{5}{2}a+1} \times 2^{\frac{4}{2}+4a} \times 3^{\frac{1}{2}+a}}$

(Membre de droite)

Essayez de Résoulvez

1) Mettez l'expression sous la forme la plus sample : (271° % (12)°

Exemple

2 Démontrez que : (25) (15,11 2 / (25) (15,11 2) (25) (15,11 2)

Solution

Membre de ganche 5 × 3 × 5 * (5° > * (5° > * $=(5)^{-4}$ = 2 + 2n + 2n - 2r - n $= (32)^{-4} = 1$ $=(5) \times 3^{-1} \quad \stackrel{7}{\cancel{5}} = \stackrel{9}{\cancel{6}}$ (Membre de droite)

Essavez de Résoulvez

(2) Démontrez que: 5 3 4 4 x 5 1 1

Pensé critique:

3 State M, et al est un nombre entret impair resquelles des expressions suivantes sont vraies.

(b)
$$a^n < 0$$

(c)
$$a^n \ge 0$$

(d)
$$w^{r-r} < 0$$

Si a ∈ № {0}, n est un pombre pair, lesquelles parmi les expressions suivantes sont virales

(a)
$$a^n > 0$$
 (b) $a^n < 0$

(b)
$$\delta^{\rm m} < 0$$

(c)
$$u^a = 0$$

Racine nième

Vous avez dejà étudié que:

L'équation v² 9 admet uniquement de. « racines reelles qui sont √ 5 → 3 audit v →

On remarque que $3^2 = 9$, $(3)^2 = 9$

De même, l'équation $x^2 = 8$ aontet uniquement une racine réelle qui est

V8 12 (les lieux autres racines sont des nombres complexes)

Pour tout réelle a $\sqrt{8^7} = lat$

On remarque que
$$\sqrt{2}$$
)³ – 8

De manière générale :

L'équation $x^n = a$ où $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}^+$ admet n racines. Dans ce qui suit, nous allons étudier quelques cas :

Si n est pair et a est positif : a > 0

L'équation xⁿ a admet deux racines réel es, l'une est positive et l'autre est négative des attres racines sent des nombres complexes). Les deux racmos réclies so un xuées 🤄 🗸 🗸 🛴 I a racine n^{ieme} positive du nombre a est appelée la racine n^{ieme} principale du nombre

Par exemple: l'équation 1⁴ = 15 admet deux raomes réelles qui sont \$\forall 16 = 2 \quad \forall 16 = 2 \quad \text{16} = 2 \quad \text{716} = 2 \quad \te

On remarque que $(2)^4 = 15$, $(2)^4 = 16$

2) Si n'est pair et a est négatif et a < 0

L'equation x^0 a a n'admet pas de raonnes réelles (les raonnes sont des nombres complexes)

Par exemple l'équation $x^0 = 9$ n'admet pas de raonnes réelles (les autres raonnes sont des nombres complexes)

3) Si n'est impair et, a = R- {0}

L'équation : - a admet une racine réelle unique qui est Va les racines sont des nombres complexes)

Par exemple, l'équation $x^5 = -3.2$ admet une radine réelle unique qui est $\sqrt[3]{32} = 2$. (les autres radines sont des nombres complexes). On remarque que $(-2)^5 = -32$

4) Sin ∈ "Z" a 0

L'équation $t^a = 0$ admet une racine réelle unique qui est égale à zéro t = 0 (l'équation admet n des racines répétées et nulles si t > 1).

🔚 Essayez de Résoudre:

(3) Trouvez dans al ensemble solution de chacune des équations suivantes

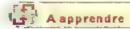
a x4 81

b 5 243

e t4 - 16

d 13 - 64

Réflexion critique: Donnez un exemple numenque qui montre la diférence entre la ragne $\sigma^{\rm ent}$ du nombre σ et $\sqrt[4]{\sigma}$



Puissances fractionnaires

Vous avez déjà étudié que la radine carrée d'un nombre rée, non négatif a est le nombre dont le carré est éga, à a. Si la magnetie la radine carrée principale du nombre a

.(a^m)² a

, a^{°m} - e

d'ou 2m 1

m 1

Donc af est la racine carrée principale du nombre a d'ou 🚛 af

De même, $a^{\frac{1}{3}}$ est la racine cubique principale du nombre a. d'ou $\sqrt[3]{a}$ a $a^{\frac{1}{3}}$ De manière générale, $\sqrt[3]{a}$ a $a^{\frac{1}{3}}$

Péfinition

- Pour tout nombre réelle a ≥ 0; n ∈ Z = {1} alors a √a
 racine même de a Cette expression est aussi valable si a < 0 et n est un nombre paire
 plus grand que 1
- 2) $a^n = \sqrt[n]{a^n}$ of $a \in \mathbb{R}$, et m is ont describer squar out pas defacteurs communs $n \ge 1$, $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$

Généralisations des lois des puissances

Les lois des puissances fractionnaire sont sourrises au mêmes lois des puissances entières.



(3) Trouvez, si cela est possible, la valeur de .

Solution

a
$$(16)^{\frac{1}{6}}$$
 $\sqrt[4]{16} = 2$

(t)
$$(27)^{\frac{4}{3}} = \frac{1}{27^{\frac{1}{3}}} = (\frac{1}{\sqrt[4]{27}})^6 - (\frac{1}{3})^6 = \frac{1}{81}$$

Essayez de Résendre:

4) Trouvez, si cela est possible, la valeur de :

(E (128)
$$\frac{2}{T}$$

Expliquez pourquoi?

Le nombre $(8)^{\frac{2}{3}}$ est définie sur \mathbb{R} , $\sqrt{8} = 2 \in \mathbb{R}$, tandis que le nombre $(\sqrt[3]{8})^2$ n'est pas définie sur 18

Propriétés des racines nièmes

2)
$$\sqrt{\frac{a}{b}}$$
 $\sqrt[3]{a}$, $b \neq 0$ on $\sqrt[3]{a} \in \mathbb{R}$, $\sqrt[3]{b} \in \mathbb{R}$



 $\sqrt{a^p} = a \sin n \operatorname{est} \operatorname{impair}$

Exemple :

(4) Mettez sous la forme la plus simple :

Colution

$$a = \sqrt{8a^6b^9} = -\sqrt{8} + \sqrt{36} + \sqrt[3]{b^9} = 2a^9b^3$$

🔚 Essayez de Résoudre:

- (5) Trouvëz sous la forme la plus simple :
 - a 16.612
- b 9/1x + 2 vrite



Exemple

- 5 ' Trouvez sous la forme la plus s'mpie :
 - 8 (18)^{\frac{1}{2}} < (12)^{\frac{8}{2}} × \frac{1}{(24)^{\frac{1}{2}}}

15 3 × (47)

Solution

- (2 × 37, 2 + (3 × 27)2 + (3 × 23) 2 2 2 × 3 2 3 2 × 2 2 2 a L'expression -2 2 3 3 2 -2 30 -7 1 - 3
- $=\frac{3^{\frac{1}{2}} \times (3 \times 7^{\frac{3}{2}})6}{(3^{\frac{3}{2}} \times 7)^{\frac{3}{2}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}} \times 36 \times 7^{\frac{3}{2}}}{3^{\frac{3}{2}} \times 7^{\frac{1}{2}}}$ L'expression $3^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{6} = \frac{3}{4}$, $7^{\frac{1}{4}} = 3^{0} \times 7^{0} - 1 \times 1 = 1$

🔲 Exsayez de Résoudre:

- (6) Démontrez que:
 - $\mathbf{a} = \frac{(343)^3 \pi^{-\frac{1}{4}} \times (4)^3 \pi^{+\frac{1}{4}}}{196 \sqrt{3} + 4} = \frac{\frac{1}{4}}{7}$
- b (75× \$45 × 10 1 25 4 × 37 × 37 × 15 4

Solution des équations exponentielles dans 🖟



Exemple

6 Trouvez l'ensemble solution, dans R de chacune des équations St (Variets



b
$$\sqrt{2}x + 3)^3 = 81$$

$$x^{\frac{4}{7}} = 10 x^{\frac{4}{7}} + 9 = 0$$

c
$$x^{\frac{4}{3}} = 10 x^{\frac{4}{3}} + 9 = 0$$
 d $\sqrt[3]{x} = 31 \sqrt[6]{x} = 32$

> Salution

- a x² 128 $3 - (128)^{\frac{2}{3}}$ $3 - (2^{3})^{\frac{2}{3}}$
- $Si x^{\bar{i}} = a$ a lors x = 4 a a est un nombre pair et m, n n'out pas de factories communes

 $Si e^+ = a$

impair

alors 3 - am

où m et un nontre

Les formules des puissances entières

sout aussi valables pour les puissances

fractionnaires.

b $12x + 31^{\frac{4}{7}}$ 8 $((2x+3)^{\frac{4}{3}})^3 - (3^4)^3$ en é, vant les deux memobres à la puissance 3 (2) + 314 33 $2x + 3 = \pm (3^{-2}) = 2x + 3 = \pm 3^{3}$

soit
$$2x + 3 = 27$$

ou $2x + 3 = -27$

$$2 \tau = 24$$
 $2 \tau = 30$

c
$$t^{\frac{4}{7}}$$
 13 $t^{\frac{7}{7}}$ + 36 0
 $(t^{\frac{7}{7}} 9)(t^{\frac{7}{7}} 4) = 0$
soit $t^{\frac{7}{7}} 9 = 0$ on $t^{\frac{7}{7}} 4 = 0$

soit
$$x^{\frac{1}{2}} = 9 = 0$$
 on $x^{\frac{1}{2}} = 4 = 0$
 $x^{\frac{1}{2}} = -3^{2}$ or $x^{\frac{1}{2}} = 2^{2}$
 $x = \pm (3^{2})^{\frac{1}{2}}$ or $\pm (2^{2})^{\frac{1}{2}}$
 $x = \pm 27$ or ± 8

d
$$\sqrt[4]{t^3} \cdot 31 \sqrt[6]{t^3} \cdot 32 = 0$$

soit
$$\sqrt{5} - 32 = 0$$
 on $\sqrt{5} + 1 = 0$

$$v^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{3}}$$
 $v^{\frac{1}{6}} = 1$ réfuseé

Essayoz de Résoudre:

(7) Trouvez l'ensemble solution, dans <u>R</u> de chaonne des équations suivantes:

b
$$(x+1)^{\frac{3}{2}}$$
 $32^{\frac{1}{2}}$



Exercices 2 - 1



- (1) Simplifiez $\sqrt{8 \times 4^{1} \times 2^{\frac{1}{6}}}$
- (2) Dans quelles conditions la relation $\sqrt[4]{ab} = \sqrt[4]{a} \times \sqrt[4]{b}$ est elle vraie pour toutes les valeurs réelles de a et b ?
- (3) Complétez et qui suit :
 - a (8) dans la forme la plus simple est égal à
 - b $(6\frac{1}{4})^{\frac{1}{4}}$ dans la forme la plus simple est égal à
 - c $(\frac{10}{6^{25}})^{\frac{1}{4}}$ dans la forme la plus simple est égal à
 - d (3) dans la forme la plus simple est égal à
 - (5° 3°) dans la forme la plus simple est égal à
- (4) Choisissez la bonne réponse parna les réponses proposées :

b
$$(2^7 + 2^5)^{\frac{1}{2}} =$$

$$(2, -2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

d Laquelle des valeurs of contre n'est pas équivalente à $(\sqrt[4]{\tau}) = ((\sqrt[4]{\tau})^4$, $\sqrt[4]{\tau}$, $(\sqrt[4]{\tau})^4$)

 $(4, \pm 2, 2, 2)$

L'ensemble des racines réelles de . équation $(x-2)^4 = 16$

({0}, {4}, {8}, {0, 4})

(7, 12, 20, 25)

(5) Déceler l'erreur :

a
$$9 = (-9)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(-9)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{81} - 9$$

alots

- Lien avec la géométrie: Si le rayon d'une sphère est donné en fonction de son volume par la relation $\mathbf{r} = \binom{1 \vee}{4\pi}^{\frac{1}{4}}$. Trouvez la valeur de l'augmentation de son rayon lorsque son volume varie de $\frac{32}{4\pi}\pi$ à 36 π unités de volume.
- (7) Trouvez l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

$$a_1 \sqrt[4]{(x \cdot 1)^5} = 32$$

$$\frac{1}{5}$$
 $(2x+1)^4 = (x+3)^4$

- (8) Soit $t^{\frac{3}{2}} = 3y^{\frac{1}{3}} 27$, Trouvez la valeur de t + y
- Pense critique. Choisissez la bonne réponse parini les réponses proposées

a St
$$r < 0$$
 alors: $\sqrt{r^2} = \sqrt{r^2 - 3x + 1} + 1 =$

$$(x, -x, 0, -1)$$

b Si a
$$\sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}}$$
 lequel des nombres et contre est rationnel



Utilisez une calculatrice pour effectuer les opérations survantes (Arrondir le résultat à un centième (rès):

$$a = \sqrt{\frac{7^4 \times 3^{-2}}{2^{17}}}$$

b
$$(23)^{\frac{1}{2}} + (0.01)^{\frac{5}{3}}$$





Les bactéries se développent en se divisant chacure en deux cellules directement dans une période déterminée puis les deux cellules se divisent en quatre et les quatre en huit et ains, de suite dans des périodes équi valentes et dans les mêmes cendinons

Le tableau survant montre le temps de division d'une cellule de bactèrie en heures et le nombre de cellules produites :



- Complétez Le tableau précédent
- 2) Exprimaz le nombre de cellules sous forme exponentielle de base?
- 3) Peut on estimer le nombre de cellules après 8 heures ?
- Expansez sous ronne exponentelle, le nombre de cellules après r heures



A apprendre

Fonction exponentielle

Lafonction ftelleque $f(x) = a^2 \circ 1 = a \neq 1 = x \in \mathbb{R}$ est appelee fonction exponentialle,

Exemple:

f(x) = 2 est une fonction exponentialle de base (1) et d'exposant (x)

 $f(v) = 5^{1+3}$ estune fonction exponentielle de base (5) et d'exposant (+1)

 $f(v) = (\frac{1}{2} - est \text{ Jne fonction exponentialle de base } (\frac{1}{3}, et d'exposant (2))$

🔲 Zoonyaz da Résoudya:

Parmi les fonctions suivantes identifiez les fonctions exponentielles

- a fto e
- b (7) (2)
- d f(x) v 1
- e f(v) 3.p 1
- 1 10,-12

Allez apprendre



- Fonction exponentielle.
- Representation graphique d'une fonction exponentie le
- Propriétés d'une fonction exponentie le

Vocabulaires de base 💽



- Foriction exponentielle
- Croissance éxponente le
- Décroissance-exponentiellé

Aides pédagogiques 🔛



- Calculatrice scientifique
- Logide side
- Graphisme

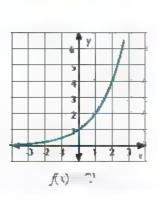
Ponetion algébrique La variable independante : est la base et la puissance est un

mombre réel. Fonction exponentielle-La variable indépendante i est la puissance et la base est un nombre réal positif

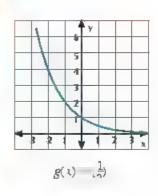
déférent de 1.

Représentation graphique d'une fonction exponentielle

Représentez graphiquement les deux fonctions $f(x) = 2^x g(x) = (\frac{1}{2})^x$ sur un intervalle arbitraire $x \in [-3, 3]$



2 2		
	1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 -	
-3	18	2
-2	14 14 1	4
-1 0	7	2
	1.	1
1 2	3	1 10 14 100
2	4	14
3	8	18

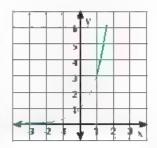


Propriétés des fonctions exponentielles $f(\tau)$ a' où a > 0 a $\neq 1$

- 1) l'ensemble de définition de la fonction $f(\tau)$ (a) est $\mathbb R$ et son ensemble image est $[0], +\infty[$
- 2) Si a >1 alors la fonction est croissante sur son ensemble de définition elle est applée croissance exponentielle. Si 0 / a < 1 la fonction est decroissante sur son ensemble de définition elle est applée décroissance exponentielle.</p>
- 3) La courbe de la fonction $f(x) = a^x$ passe par le point (0, 1) pour tout a > 0, $a \neq -1$
- 4) f(x) = a est une fonction injective
- 5) La courbe de la fonction f(t) = a' est l'image de la fonction $f(t) = (\frac{1}{a})^a$ par la symétrie par rapport à l'asse des ordonnées
- 6) $a^1 \longrightarrow v + \infty$ quand $x \longrightarrow + \infty$ et a > 1, $a^0 \longrightarrow 0$ quand $x \longrightarrow + \infty$ et 0 < a < 1

Essayez de Résondre:

(2) La figure of contre représente une fonction f définie sur \mathbb{R} telle que $f(x) - (3)^n$. Sur le même graphique, tracez la courbe représentative de la fonction $g(x) = (\frac{1}{4})^n$. Déterminez ensurts. L'ensemble de définition et l'ensemble image de chacune des deux fonctions. Laquelle des deux fonctions est crossants et aquelle des deux fonctions est crossants et aquelle des deux fonctions est crossants et



(3) Pensé critique: Si f(t) a' oú 0 - a < 1 rangez ce qui suit dans un ordre croissant (7) f(1) f(√5) f(0)



Exemple :

72

 $11^{1} \operatorname{St} f(x) = 3^{1} \operatorname{complétez} \operatorname{ce} \operatorname{qui} \operatorname{suit}$

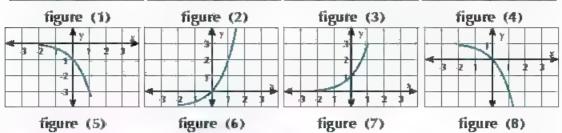
Solution

$$f(x) \times f(x) = 3^{x} \times 3^{-x} = 3^{x} \cdot 3^{0} = 1$$

Escayez de Resoudre:

(4) Dans les exercices suivants, écrivez la règle de la fonction convenable en dessous de figure





Applications impliquent aux équations à la forme $a^x = b$

Croissance et décroissance exponentielle :

Dans la vie courante il y a des multiples phénomènes qui peuvent être modélisés comme des touctions décrivant la croissance ou la décroissance au cours du temps. Par exemple, 1 étude de la population des bacténes des virus de la radiation de l'électricité et de la météorologie Dans le domaine de l'algèbre. Il y a deux tonotions peuvent facilement utiliser pour exprimer les noboss de la croissance et celle de décroissance qui sont les fonctions de la croissance et celle de décrotasance exponentielle

Croissance exponentielle

Nous pouvous utiliser la tonotion f telle que f(t) — a (1 + p)' pour représenter la crossance exponentielle d'un pourcentage annuel tixe durant des périodes équivalentes où t'est le temps ecoulé pendant une période la estua valeur initiale et plest le pourcentage de croissance dans cette période du temps. Discuter avec votre protesseur pour déduire la relation précédente

Exemple

2 Interet composé: Pour calculer le total T d'un montant invesut in dans un banque pour un intérêt auntel c (un pourcentage) pour un nomire il d'ainées les intérêts peuvent être composés sur ϵ fractions (des intervalles) d'une année on utilise la relation survante $T\equiv m\left(1+\frac{c_{c}}{\epsilon}\right)^{mx}$

Exemple: Un homme a déposé un montant de 5000 livres égyptiennes dans une banque pour un intérêt composé annuel de 8% Tronvez la somme totale après 10 ans dans chacun des cas suivants.

- à Intérêts annuels
- b Intérêts trimestriels
- d Interêts mensuels.

> Solution

En utilisant la relation survante $T = m(1 + \frac{c}{r})^{-nx}$ où r sont les fractions annuelles

(a) Intérêts annuels ...s · 1

(b) Intérêts trimesmels 4

$$T = 5000 (1 + {0.08 \over 4})^{10 = 4} = 11040.2 LE$$

(c) Intérêts mensuels ... x 12

$$T = 5000 (1 + \frac{0.08}{12})^{10 \times 12} \cdot 110982 L.E.$$

🔲 Essayez de Résondre:

S Dans une ruche, les abeilles se développent à un taux de crossance de 25% par semaine. Si le nombre initial d'abeilles est 60, écrire la fonction de crosssance exponentielle représentant le nombre d'abeilles après t semaines puis estimer ce nombre après 6 semaines

Décroissance exponentielle

Nous pouvons utiliser la fonction f telle que $f(t) = a (1 - p)^t$ pour représenter la décroissance exponentielle d'un pourcentage annuel fixe durant des périodes équivalentes où n est le temps écoulé pendant une période, a est la valeur initiale et p est le pourcentage de croissance dans cette période du temps.



Exemple

- Egyptiennes. Si le prix de la voiture diminine à un taux annuel de 12%
 - ferrire un fonction exponentielle représentant le prix de la voiture n ans après l'année d'achat.
 - 2- estimer à une Livre près, le prix de la voiture 6 ans après l'année d'achat.

O Solution

$$a = 120000$$
 , $p = \frac{12}{100} = 0.12$, La durée $n = 6$ ans

(t) 120000 (1 0.12)*

d'oir f(t) = 120000 (0.88);

2. En remplaçant t = 6 dans la fonction de décroissance exponentielle

f(5) 120000(0.88)° 557738 49041. Le prix estimé de la voiture après 5577.8 L.E.

Esnayez de Resoudre:

- **En lien avec la médecine:** Un malade prend 40 milli grammes d'un médicament. Le corps du malade, se débarrasse d'environ 10% de la quantité de ce médicament dans le corps chaque heure.
 - a Ecr. vez une équation exponentielle exprimant la quantité du médicament restante dans le corps theures après l'avoir pris
 - b Estimez la quantité du médicament restante dans le corps 4 heures après l'avoir pris



1) Complétez:

- La fonction f telle que f(x) a' est exponentelle a a
- **b** La fonction exponentielle gitelle que $g(x) = 3^{x+1}$ a pour base
- La fonction pitelle que $p(x) = (\frac{1}{x})^{x+1}$ n'est pas une fonotion exponentielle car
- d Les coordonnées du point d'intersection de la courbe de la fonction exponentielle $f(x) = a^{-1}$ avec la droite x = 0 est le point (,)
- L'équation de l'axe de symétrie de la courbe constituée des deux courbes représentatives des deux fonctions f et g'elles que, $f(x) = 3^x \cdot g(x) = (\frac{1}{4})^x$ est

(2) Chaisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées

- . Une fonction exponentielle de base a est croissante a
 - (a) a > 0
- (b) a > 1
- (e) 0 < a < 1
- (d) a = 1
- b Une fonction exponentielle de base a est décroissante a
 - (a) a > 0
- (b) a < 0
- (c) 0 <a < 1
- (d) -1 <a < 0
- c. La courbe représentative de la fonction exponentielle fielle que f(v) a^{x} a+1 s'approprie de
 - (a) l'axe des abscisses (seus positif)
- (b) l'axe des abscrisses (seus négatif)
- (c) l'axe des ordonnées (sens positif)
- (d) l'axe des ordonnées (sens négatif)
- **d** Dans la fonction experientielle f telle que $f(x) = a^a$ (où a > 1) f(x) > 1 si
 - (a) x ∈ M
- (b) v ∈ 18*
- (c) ; ∈ R
- (d) t∈ Y

Dans a fonction exponentialle g telle que g(t) af (0 < a < 1) alors 0 af 1 si t ∈
 (a) [0 +∞[(b)]-∞, 0] (c) [1 +∞[(d)] ∞, 1]

(3) Pann. les fonctions sulvantes identifier les fonctions exponentialles en déterminant la base et la puissance de chaque fonction

Dans chacun des cas survants, représentez la fonction f graphiquement puis déterminez son ensemble de défunition son ensemble unage et éjudier son sens de variation.

 $e^{-\frac{1}{2}}f(x) = 3^{\pm}$ $b^{-\frac{1}{2}}f(x) = (\frac{1}{2})^{\pm}$ $(e^{-\frac{1}{2}}f(x) = 3(2))^{\pm}$ $d^{-\frac{1}{2}}f(x) = 2^{\pm 1} + 1$

• $f(x) = (\frac{1}{5})^{1/2} - \frac{1}{2}$ (1) $f(x) = 2(\frac{1}{5})^{1/2} + 1$ g $f(x) = (\frac{1}{5})^{2/3} + \frac{3}{4}$

(5) En lien avec l'épargne : Ziad a déposé une somme de 80000 Livres dans une banque à un taux d'interêt de 10,5%. Quel sera le montant total après dix ans, sachant que la totalité du montant est donnée par la relation m = s(1 + p)ⁿ où s'est la somme déposée pile taux d'intérêt et ni le nombre d'année.

(6) En lien avec la communication: Dans une ville le nombre de téléphones fixes diminue avec la diffusion des téléphones portables à un taux de diminution de 10%. Si en une année donnée le nombre de téléphones était de 54000 appareils, écris une fonction exponentielle représentant un nombre de téléphones après in année puts estime le nombre de téléphones après 4 années.

(7) Lien avec l'investissement : Dans une ferme le nombre de vaches est 80 vaches Si le taux de reproduction de ses vaches atteint annuellement 18% environ trouver le nombre de vaches dans la ferme au bout de 4 années

(8) Lien avec la population : En République Arabe d'Egypte le recensement de la population dans un gouvernorat donné a atteint 4 o millions d'habitants avec une augmentation moyenne de 4% annuellement

a. Bon vez une tonotion exponentielle représentant le développement tutur après in années

○ Estimez le nombre d'inabitants dans ce gouvernorat 5 années après le recensement

Lien avec le sport : Le nombre de supporters d'une équipe de football régresse à un taux de 4% à cause de sa défaite dans un tournoi sport f Si dans le premier match, le nombre de supporters était de 36400 ecrivez une fonction exponentielle représentant le nombre de supporters (y) dans le match d'ordre (m) puis estimer le nombre de supporters dans le dunème match

Réflexion créative. Si $f(t) = 2^x$ démontrez que $\frac{1}{f(x)+1} + \frac{1}{f(-x)+1}$ a une valeur constante quelque sont la valeur de x

Résolution des equations exponentielle

Unité 2

2 - 3

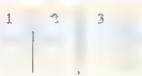


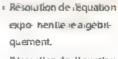
D'après le tableau suivant, quand les deux expressions sont elles égales ? 2' et 2 ti

Ð.

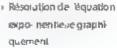


the apply that	
-3	-1
-4	-2
1	1
44	Ξ.





Айех арргилоги арргилоги





Equation exponentielle

Si una équation contient la variable en position d'exposant, alors c'est une equation exponentielle comme par exemple . 'équation (3^*-27) alors



Exemple

1 | Trouvez dans la l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

Solution 🍼

$$(2 \times 2^{\frac{1}{2}}) r^3 = (2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$$

$$(2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$$

multipliant par 2

🔲 Essayez de Resoudre:

Trouvez dans Et l'ensemble solution de chacune des équations survantes :

2: Si a^m b^m, a, b ∉ {0; 1, 1}, alors

on: m 0

ou a b

a b Si mestimpair, a ± b Si mest pair.

Vocabulaires de base 🐌



- · Equation exponentiel e
- Résolution graphique

Aides pédagogiques

- Ordinateur et logicieis de graphisme
- Carculatrice scientifique

📄 Example

2 · Trouvez dans II. l'ensemble solution de chaoune des équations suivantes

Solution

. L'ensemble solution est [3]

$$-78 + 1 = -98 + 3$$

Essayoz de Résoudre :

(2) Trouvez dans R 1'ensemble solution de chacture des équations suivantes:

Reflexion critique: Trouvez toutes les solutions de l'équation 1 45



Exemple

* Démontrez que
$$f(\tau + 2) \times f(\tau - 2) = f(2\tau)$$

b Soit
$$f(x+1) - f(x-1) = 72$$
 Trouvez la valeur de x

(Solution

8 Membre de gauche :
$$f(x+2) \times f(x-2) = 3^{x+2} \times 3^{x-2} = -3^{x+2+2+2} = -3^{2x} = -f(2x)$$
 Membre de droite

b
$$\gamma_{-}f(x+1) = f(x+1) = 72$$
 $z = 3^{x+1} - 3^{x+1} = 72$

$$3^{n-1}(3^{n-1}) = 72$$

$$3^{x+1}=9 3^2 \quad \therefore x-1 = 2$$

$$A_{i}$$
 $x=3$

Essayet de Résoudre:

8 Démontrez que
$$\frac{f_1(2x+1)+f_2(3x+2)}{f_1(2x+1)+f_2(3x+2)}$$
 128

b Résoulvez l'équation
$$f_1(2x) + f_2(3x - 1) = 80$$



Exemple

4 S. f(\(\tau\) = 2\(^{\text{s}}\)

Epapyez la valeur de x qui vérite l'équation : f(x) + f(5-x) = -2:

O Solution

Substituous dans l'équation $f(x) + f(5 \cdot x) = 12$

 $2^{n} \times 2^{n} + 2^{-n} - \frac{12}{n} \times 2^{n} = 12 \times 2^{n}$ multipphant les deux membres par 2^{n}

2 % - 12 x 25 + 32 U par factorisation

$$(2^{6}-4)(2-8)=1$$

Soil : 21 22 alors 5 = 7

Essayez de Résoudre:



Résolution des équations exponentielles graphiquement



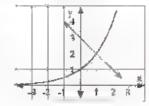
Activité

5 En attasant un logaciel de graphisme, tracez dans un même graphique, les deux conctions $f(x) = 2^{n} f(x) = 3^{-n} x$. Du graphique Trouvez 1 ensemble solution de 1 équation $2^{n} = 3^{-n} x$

O Solution

En tuthsant Gengebra, on trace les courbes des deux fonctions. Du graphique, les coordonnées du point d'intersection des deux courbes est (1 ; 2).

 L'ensemble solution est (1) ← C'est l'abscusse du point d'intersection



Essayez de Résoudre:

(5) En utilisant un logic el de graphisme, racez dans un même graphique, les dei x fonctions $f(x) = 2^x$, f(x) = x + 2. Du graphique, trouvez I ensemble solution de l'équation $2^x = x + 2$



Exercices 2 - 3



Choisissez la bonne réponse.

b Si 51 1 41 1; alors 1 ==

 $a = (\frac{1}{2})^{2^2 + 1 + 2} = 1$ où a > 0; alors a = 1

(e) 2

2 Trouvez l'ensemble solution de chacune des équations survantes.

$$1 - (\frac{1}{2})^{n+1} + (\frac{1}{2})^{n+1} + (\frac{1}{2})^{n+3} = 84$$

(3) Trouvez l'ensemble solution de chacune des équations suivantes 3"×5" 75 . 3"×5" 45

(4)
$$\operatorname{Si} f_1(\tau) = 3^{\circ}$$
, $f_2(\tau) = 9^{\circ}$ Tronvez la valeur de τ qui vérifie $f_1(2\tau - 1) + f_2(\tau + 1) = 756$

(6) Trouvez graphiquement, en utilisant un logiciel de graphisme l'ensemble solution des équations

- (7) Réflexion créative: Si $x^0 = y^0$ et y^{n+1} , y^{n-1} , trouvez la valeur de n
- (8) En lien avec les nombres; Si la somme des nombres 2 + 4 + 8 + 16 + 2 donnée par la relation $s_{\perp} = 2(2^{n} - 1)$
 - Tronvez la somme des dix premiers nombres
 - b Trouvez le nombre de termes qu'il faut ajouter à partir du promier terme pour obtenir une somme de 131070

Résolvez chacune des équations survantes

Reflexion créative

Trouvez l'ensemble solution de l'équation :

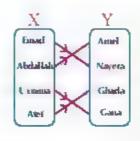
$$9^{x+1} \cdot 3^{x+3} \cdot 3^x \cdot 3 = 0$$

Fonction réciproque



Reliechissez et discutez

La figure di contre représente une relation de l'ensemble des pères X : { Rmad Abdal.ah Ossama , Atef 1 et l'ensemble de leurs filles Y [Amal Neverah Ghada Ganah] Al'aide de la figure



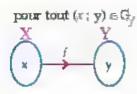
- Bon vez le graphe de la relation « est le père de » qui relie X à Y. Cette relation est elle une fonction ?
- 2) Ecovez le graphe de la relation « est la fille de » qui relie Y à X Cette relation est elle une fonction

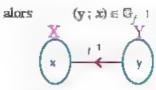


A apprendre

Fonction réciproque

Si fest une fonction injective définie de l'ensemble $\mathbb X$ vers l'ensemble $\mathbb Y$ alors la fonction f^{-1} définte de l'ensemble $\mathbb Y$ vers l'ensemble $\mathbb X$ est appelée la fonction réciproque de la fonction fai







Exemple

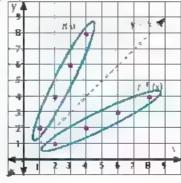
(1) Sort fune fonction don't le graphe G, f= { (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)} Trouvez la fonction réciproque de la fonction fipula représentar les deux fonctions dans un même graphique

Solution

Comme la fonction / est injective, elle admet une fenction réquirque

$$\begin{aligned} & G_f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\} \\ & G_{f^{-\frac{1}{2}}} = \{(2, 3), (4, 3), (6, 3), (8, 4)\} \end{aligned}$$

On remarque que la fonction f et la fonction f 1 sont symétriques par rapport à la droite d'équation y 🕳 🛪



Allez apprendre



- Fonction téc proque.
- · Représentation graphique d'une fonction réc proque.
- · Trouvez , ne fonction réciproque graphiquement et aigébriquement

Vocabulaires de base 🕒



- Fonction
- Fonction réciproque
- · Fanction mective
- Ensemble de définition
- · Ensemble mage
- Symétine

Aides pédagogiques

- Carculatrice
- Ordinateur et logiciels de graphisme

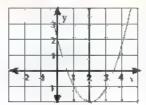
Donc $f^{-1}(x)$ est l'image de f(x) par la symétre parrapport à la droite d'équation y = x

🕟 Essayez de Resoudre:

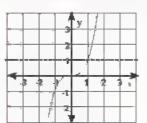
Trouvez la tonction réciproque de la tonction représentée par le tableau suivant

 		1		
-3	-2	1	0	
7	3	1	0	

Si toute droite verticale coupe la courbe en un seul point, alors cette courbe représente une fonction

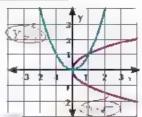


Si toute droite honzontale courbe en un seul point, al courbe représente une fo injective



Remarquez que :

Si la fonction n'est pas injective (ne vénfie pas le test de la droite horizontale), alors la réciproque de cette fonction ne représente pas de fonction $y=x^2$ (n'est pas injective). Sa réciproque ly $=\sqrt{x}$ no représente pas de fonction.



Propriétés de la fonction réciproque :

 On dit que f(i) g(i)sont inverse l'une à l'autre si

(f · g)(x) x et (g · f)(t) = x

2) L'ensemble définition de f(x) = L'ensemble image de la fonction réciproque f⁻¹(x). L'ensemble définition de la fonction réciproque f⁻¹(x).

Envemble de définition de f(x)Envemble insage de f(x) $f^{-1}(x)$

Exceptive analysis $f(x) = f^{-1}(x)$ Exceptible de définition $f^{-1}(x)$

Pense critique:

Quel est l'ensemble de définition de la fonction f telle que $f(x) = x^2$ pour qu'elle admette une fonction réciproque 7 Trouvez dans ces conditions, la fonction réciproque



🌦 Exemple

• 2 Trouvez la fenction réciproque de la fonction j(x) • 2x + 1 puis représentez la fonction et la fonction réciproque dans un même graphique



Pour déterminer la fonction réciproque d'une fonction on trouve en fonction de y

Solution

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2\tau + 1}{2\gamma + 1}$$

En permutant les variables

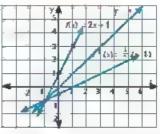
-1 -1

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x - 2)$$



		_
1	0	
3	1	1
0	<u>-1</u>	

On remarque que la fonction f et la fonction réciproque f . sont symétriques par rapport à la droite d'équation 😽 🖫



📜 Besayaz de Résoudre:

Trouvez la fonction réciproque de la fonction d'équation y le puis représentez la fonction et la fonction réciproque dans un même graphique

Example 2

$$(3)$$
 St $f(x)=3+\sqrt{t-1}$ Trouvez

- L'ensemble définition et l'ensemble image de f(1)
- $f^{-1}(x)$ et son ensemble définition et son l'ensemble image
- **c** En utilisant un logiquel de graphisme tracer les deux courbes des fonctions f(x) et f'(x)

O Solution

 f(r) est définie pour toutes les valeurs de x 1≥0
 d'ou $x \ge 1$

L'ensemble définition de f(x) = [1,+\infty]

$$\sqrt{x-1} \geqslant 0$$

Pour toutes les valeurs de x appartenant à l'ensemble definition de la fonction

L'ensemble image de #(4) ±[3], ±∞ [

En permutant les variables x y

$$x = 3 + \sqrt{y \cdot 1} \qquad x \cdot 3 = \sqrt{y \cdot 1}$$

$$(-y)^{2}(x-3)^{2}+1$$

$$||\cdot,y|| \le (x-3)^2+1$$
 $||\cdot,f|| \le (x-3)^2+1$

son ensemble définition $f^{-1}(x)$ - [3 + ∞] et son l'ensemble image [1 , $+\infty$]

🚺 Essayez de Résoudre:

- 3 Soit $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+$ telle que $f(x) = \frac{1}{x^2}$
 - Trouvez: f 1(x) son ensemble définition et son l'ensemble image
 - b En utilisant un logiciel de graphisme, tracez la courbe de f(x), $f^{-1}(x)$



(1) Complétez

- **Si la fonction** f est telle que $Gf = \{(1; 4), (2; 3), (3; 1), (4; 0)\}$ alors G f -1 .
- b La figure ca contre représente une fouchon f . Y alors
- L'image du point (? 1) par le symétne par rapport à la droite y · v est le point
- d Si f est une fonction injective et si f(2) 6 alors $f^{-1}(6)$
- Si $f: x \mapsto 4x$ alors $f^{-1}: x \mapsto$



- L'ensemble de définition d'une fonction est le même que celui de sa fonction réciproque
- Duc fonction croissante dans son domaine de définition admet toujours une fonction réorproque,)
- One fonction paire admet toujours une fonction réciproque)
- d Une fonction impaire admet toujours une fonction réciproque)
- (3) Trouvez la fonction reciproque de chacune des fonctions suivantes.

a
$$f(x) = \frac{1}{2}x + 4$$

$$\underline{\mathbf{d}} f(x) = \frac{3}{x}$$

$$t f(y) = \sqrt[3]{4 x}$$

9
$$f(x) = 2 + \sqrt{3 - x}$$

1
$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$
 $f(x) \ge 1$

2 . 31

$$k f(x) = \sqrt{9 \cdot \ell} \qquad \text{at } 3 \le x \le 0$$

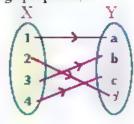
$$1 f(v) = \sqrt{9 \cdot x^2} \qquad \sin 0 \le v \le 3$$

$$\sin 0 \le r \le 3$$

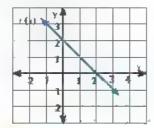


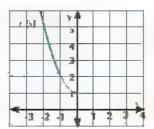


- (4) a Soit f(t) = 5t. Trouvez $f^{-1}(t)$ paus représentez les deux fonctions graphiquement
 - b La figure ci-contre représente une fonction de X vers Y. Trouvez la valour de f^{-1} (b) # 2 f^{-1} (c)



(5) Dans chacune des figures survantes, tracer la fonction réciproque $f^{-1}(v)$ de la fonction représentée:





(4) Décolez l'errous:

Waael et Rana ont essayé chacun de trouvez la fonction réciproque de la fonction 🥂 t)



$$f(x) = \frac{x-5}{1}$$

$$=f^{-1}(x)=\frac{1}{f(0)}$$

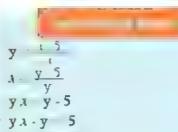
$$f(x) = \frac{x-5}{t}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{4}{f(t)}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{t}$$

$$1 = \frac{t}{t-5}$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{1.5}$$



$$y(x | 1) = 5$$

 $f^{-1}(x) = \frac{5}{1}$

Laquelle des deux solutions est correcte ? Pourquoi ?

- 7) Question ouverte. Peut on trouvez une fouction f telle que la fouction et sa fonction réciproque f 17 sont les mêmes ? Si oui, donnez des exemples
- (8) Lesquelles des fonctions suivantes admettent une fonction réciproque ?

$$\mathbf{a} \cdot f(x) \cong x^2$$

$$c f(t) = \frac{1}{2} t$$

Unité 2

2 - 5

Fonction logarithme et sa représentation graphique

Représentation graphique de la fonction logarithme

Allez apprendre

- Définition d'une fonction logarithme.
- Représentation graphique d'une fonction logarithme.
- Transformation de la forme expo mentione en forme logarithmique et inversement
- Réso ution de quelques équations rogarithmiques simples.



- Logarithme
- Fonction réciproque
- Ensemble de définition
- µogarithme usuer

Aides pédagogiques

· Logicie s

 $\log_{10} v = y \text{ est}$

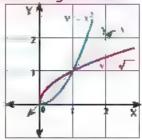
Calculatrice scientifique



une forme
logar ithruque, la
forme exponentielle
correspondante est
a^y = .
(-3)⁴ = 81 n a
pas de forme
logar ithruque
correspondante

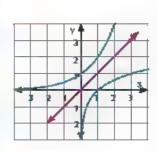
Découvrez

On sait que la fonction $y = \sqrt{x}$ est la fonction réciproque de la fonction $y = t^2$ pour tout x > 0 (Sa courbe est symétrique par rapport a y = t) Nous pouvons représenter la fonction réciproque de la fonction exponentielle /telle



que $f(x) = 2^x$ en réprésentant les coordonnées des couples de la fonction.

		1	
x	У	×	у
-3	1 8	<u>1</u> 8	-3
-2	1/4	1/4	-2
-1	1421	<u>1</u> 2	-1
0	1	I	0
1	2	2	1
2	4	4	2
3	8	8	3



De ce qui précède, on trouve que la fonction inverse de la fonction d'équation $y=2^x$ is $x+2^y$ aest la fonction d'équation $y=2^y$ est appelée logarithme de x qui s'écrit $y=\log_x x$, se lit y est égale au logarithme de base a de x

A apprendie

Fonction logarithme

Si a $\in \mathbb{R}^n$ { 1} la fonction logarithme $y = \log_n x$ est la fonction réciproque de la fonction $y = a^*$

La fonction $f(x) = \log_x x$ est appelée la fonction logarithme

- ① Ensemble définition de la fonction logarithme IN⁴
- ② Ensemble umage de la fonction logarithme = 12
- ① La forme y= log & est équivalente à la forme a

Transformation d'une forme exponentielle en forme logarithmique :

- a 34 = 16 est équivalente à log 16 = 4 b 5 = 25 est équivalente à log 25 = 2
- c 1/2 4 1 est équivalente à log 1 4 d 10 0.01 est équivalente à log 0.01 2

🚺 Kosayaz da Mésoudro:

Transformez les expressions su vantes de la forme exponenhelle en forme logarithmique

Logarithme décimal de base 10

S. ,a base du logarithme est 10 le logarithme est appelé dans ce cas Logarithme décimal On le note sans base

Par exemple log 17 s'écut log 7, log 11 127 s'écut log 127

Transformation de la forme logarithmique en forme exponentielle:

- **a** $\log_2 81 = 4$ est équivalente à $3^4 = 81$ **b** $\log_2 128 = 7$ est équivalente à $2^7 = 128$
 - c $\log \frac{1}{100}$ C est équivalente à 10^{-2} $\frac{1}{100}$ d $\log_{eq} 27$ $\frac{3}{4}$ est équivalente à $81^{\frac{1}{4}}$ 27

Essayut de Résoudre:

(2) Transformez les expressions sui vantes de la forme logar, thirnique en forme exponentielle

Trouvez la valeur d'une expression logarithmique de base donnée:

Exemple

1 · Trouvez la valeur de chacune des expressions suivantes

log 0,001

b log, \$7.7

O Solution

 En posant y=log 0.001. En mettant sous la forme exponentiele

 $10^{\circ} - 0.001$

 $10y = (\frac{1}{10})^3$ In method sous la forme exponentielle

10 = (10) · I Proprieté des puissances

y ~3 d'où log 0.001 = 3

b En posant y=log ₩27

En mettant sous la forme exponentielle :

31 = 32 Propriete des puissances

Done $\log_3 4/37 = \frac{3}{4}$

🚺 Essayaz da Résoudre:

(3) Trouvez la valeur de chacune des expressions suivantes

a leg 0,00001

b log 1128



🎮 Exemple

- 2 | Trouvez dans I l'ensemble solution de chacune des équations suivantes
 - $\log_2(2x-5)=1$
- $b \log_{+}(x+2) = 2$

O Solution

(Ensemble de validité de l'équation)

En mettant l'équation sous la forme exponentielle équivalente

$$x_1, 2, y_2 = 8$$

- r 4 ∈ ensemble de validité de l'équation. L'ensemble solution est = {4}.
- b L'équation est définie pour toutes les valeurs de qui vérifient

$$\begin{cases} x+2>0 \\ c>0 \end{cases} \qquad \begin{array}{c} c \text{ est i.i. dire } \\ x \neq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x>-2 \\ c>0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\chi \in]0; +\infty \{-\{1\}$$

d'on l'ensemble de définition de l'équation est]0 , + [[1] (Domaine de définition de l'équation)

En mettant l'équation sous la forme exponentielle équivalente

$$t^2 = x + 2$$

$$x_1 = x + 2$$
 $x^2 = x + 2$ $x^2 = 0$

$$\therefore (t-2)(t+1) = 0 \qquad t-2 \quad \text{on } t-1$$

- ... L'ensemble solution est 4 {2}

📜 Essayoz de Résoudre:

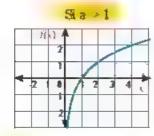
(4) Trouvez dans 👪 l'ensemble solution de chacune des équations survantes



A apprendre

Représentation graphique de la fonction logarithme

La fonction f telle que $f(x) = \log_a x$ où a $\neq 1$ est représentée graphiquement comme suit

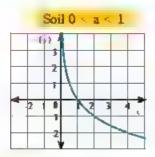


Eusemble de definition R'

Ensemble image: 18

Point d'intersection avec l'axe des u: (1; 0)

Sens de variation : f est croissante sur \mathbb{R}^*



Eusemble de definition : 🎚

Eusemble image: 13

Point d'intersection avec l'axe des r (1,0)

Sens de variation : f est croissante sur 🏋

Pensé critique: Peut on déduire la relation entre la fonction exponentielle et la fonction logarithme?



Example

13 Representez, graphiquement les fonctions suivantes :

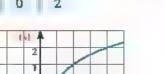
$$a f(x) = \log_2 x$$



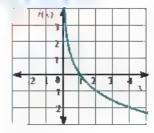
On remarque : que la base 2 > 1 b

On remarque: the base $0 < \frac{1}{2} - 1$









Utilisation de la calculatrice :

Nous pouvous utiliser la calculatrice pour calculer les logarithmes comme suit

1) Pour calculer log, 4 on appure sur les boutons dans l'ordre et contre



2) Pour calculer log 38 on appuie sur les boutons dans l'ordre ci dessous

[leg_] [3]	(B)	1579718399

Exercice:

Utilisez la calculatrice pour la valeur de chaœun de ce qui suit:



Exercices 2 - 5



Exprimez les expressions suivantes sons une forme logarithmique équivalente.

$$(k_1(\frac{2}{5})^4 = \frac{16}{625}$$
 of $5^0 = 1$

(2) Exprimez les expressions suivantes sons une forme exponentielle équivalente :

(b
$$\log_2 4\sqrt{3} = \frac{5}{2}$$
 o $\log_2 1 = 0$

$$a \log_2 1 = 0$$

(3) Déterminez l'ensemble de définition de la fonction f dans chaoun des cas suivants

$$f(x) = \log_3(2x + 1)$$

b
$$f(x) = 2\log x$$

$$\oint f(t) = \log_{(S-1)} (x-3)$$

(4) Sans utilisez une calculatrice, trouver la valeur de :

(5) Trouvez dans 18 l'ensemble solution de chaeune des équations survantes :

$$a = \log (2x + 1) = 0$$

$$= \log_4 [13 + \log_2 (x-1)] = 2$$
 $\int \log_2 (4^x - 2) = x$

$$1 + \log_2(4^x - 2) = x$$

(6) Représentez graphiquement chacune des fonctions suivantes :

$$a f(x) = \log_3 x$$

b
$$f(x) = \log_1(x + 1)$$





(7) Dans un même graphique, tracez les deux fonction fet g telles que f(t) = log, t et f(t) = 6 - t. De la representation graphique, trouvez l'ensemble solution de l'équation log, c 6 ...

Choistssez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

(a) Si log, x = 2 ; alors x

- B 9
- b 8
- d 5

⑤ Si log. 16= 4 alors a ∈

- 4 {16}
- b {2}
- 0 {2; -2}
- d {1}

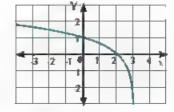
100 log 125=

- B 43
- b 3
- 0 5
- d 125

- L'ensemble de définition de la fonction f telle que $f(x) = \log \frac{1}{x}$ 3 est
 - 1-so;0[0 11 h 1-so;1[
- ¢]1 ; ««[
- d]-1; I[

- 12 log100 =
 - 8 Î
- 0 3
- **d** 1
- (33) Si la courbe de la fonction f telle que f(t) Loga t passe par le point (8, 3) alors f(4)
- 0 1
- d 2

- 14 La figure ci contre représente la fonction
 - 8 v=31 1
- b v=3*+1
- $0 y \log_3(2 x)$ d $y \log_3(3 x)$



- (15) Trouvez la valeur de chaeun de ce qui suit puis vérifiez le résultant en utilisant la calenlatrice ;
 - a log, 81
- h logo
- 9 log_343
- d log 0.001
- 16 Trouvez la valeur de chacun de ce qui suit puis vérifiez le résultant en utilisant la calculatrice.
 - a logge = 3
- h log₁(2x-5) 0
- 2 log (x + 6) = 2
- d $\log_3 \log_3 \log_3 x = 0$ $\log_3 \left(\frac{x^2}{2x+3}\right) = 1$
- f log 2 x +1 1
- (17) En lien avec l'en seignement : Si la relation entre le degré de mémons a tion des connais sauces étudices par un étudiant, en première secondane, et le nombre de mois écoulés (t) depuis la fin de cette année d'étude est donnée par la formule f(n) 70 4 log, (n + 1) trouve le degré de mémorisation étudiées :
 - a): au mois où l'étudiant termine l'étude en première secondaire (n = 0)
 - b): après 7 mois de la fin d'étude en première secondaire
- (18) Applications : Une étude pour mesurer le degré de mémorisation des connaissances étudiées en une matiere par un groupe d'étudiants consiste à repasser un examen dans la matière de temps en temps. Si les notes d'un étudiant sont données par la relation f(n) = 85 - 15 log (n + 1) où t est le nombre de mois écoulés après la fin de l'étide et f(t) est la note de l'étidiant (en pourcentage), houver
 - a la note de l'étudiant dans cette matière.
 - b la note de l'étudiant 3 mois apres la fin d'étude de cette matière.
 - c la note de l'étudiant un an après la fin d'étude de cette matière.

Unité 2

Quelques propriétés des logarithmes

Allez apprendre

- J1 i sation de quelques proprié-tés des logarithmes.
- Résolut on des équations logar throngues.
- · Jti sation de la culculatrice pour résoudre des équations exponentielles.
- · Applications de la viequotidienne sur les logarithmès.

Vocabulaires de base 🖥

- · Equations ogarithmigues
- Echelle de Alchter

Aides pédagogiques 🛄

- Calculatrice scientifique
- · Ord nateur
- Logicieis de graphisme

Decouvrir

En utilisant une calculatrice, Trouvez la valeur de

- 1) $(\log_2 4 + \log_2 8)$, $\log_2 32$ 2) $(\log_2 40 + \log_2 3)$ $\log_2 100$
- 3) (.eg,27 log,9), log, 3Qu'en dédusez-vous 7

A apprendre

Quelques propriétés des logarithmes

Essayez de démontier les proprietés 1 et 1 à 1 aide de la définition du loganthme

Propriéte du logarithme d'un produit

on retye Bt

Pour démontrer cette propriété:

On pose b - log x et c - log y

D'après la définition du logarithme :

Le Ty-ab to En transformant le résultat sous la forme logarithmique :

logary - b + c

En substituent les valeurs de blet clona $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

Exemple

(1) Trouver la valeur de log, 10 dans sa forme la plus simple sachant que loga 5 ~ 23219 purs venifier le résultat en utilisant une calculatrice

Solution log, 10 - log, (3 x 5)

⇒log, ? + log, 5 Enutilisant la propriété duloganthme du produit

= 1 + 23219 - 33219 En utilisant la propriété et la substitution

La vérification en utilisant une calculatrice :









TO TO O TO B CAMPANIES

Essayez de resouére :

- 1) Trouvez la valeur de $\log_1 15$ dans sa forme la plus simple sachant que $\log_1 5 \sim 1405$ vérifiez le résultat en utilisant une calculatrice
- 4) Propriété du logarithme d'un quotient ;

$$\log_{a,V}^{-1} - \log_a v - \log_a y$$
 où $v, y \in \mathbb{R}^+$ et $y \in \mathbb{R}^+$ (Essayer de démontrer cette propriété)



- (2) Trouver la valeur de l'expression : log30 log3.
- go Soletion $\log 30 - \log 3 = \log \frac{30}{3} \cdot \log 10 - 1$
- 🔼 Essayez da résondre :
- (2) En utilisant la propriété du logarithme du quotient, démontrer que . log2 1 log5
- 5) Propriete du logarithme d'une puissance :

$$\log_{x} x - n \log_{x} x$$
 où $n \in \mathbb{Z}, x > 0; a \in \mathbb{Z}^{+}$ et $a \neq 1$



13 Trouver dans sa forme la plus ample log₅ #125



Solution
$$\log_5 \sqrt[4]{125} \log_5 (5)^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{4} \log_5 5 = \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$$

- Escayaz de résendre :
- Trouver dans sa forme la plus simple

Remarque: $\log_{\epsilon}(\frac{1}{\epsilon}) = \log_{\epsilon} \epsilon$ of $\epsilon \in \mathbb{R}^{+}$

6) Propriéte du changement de base du logarithme :

Si
$$t \in \mathbb{R}^+$$
 and y , $a \in \mathbb{R}^+$ {1}, demontrer que $\log_y t$ $\log_y y$

(No fait pas l'objut d'un examen) O Domonstration

solt: Z ' log, r

En transformant sous la forme exponentielle yr i z log y log a En calculant le logarithme de chaque membre en base a

On obtient

$$\mathbf{D}' \mathbf{ot} \mathbf{z} = \frac{\log_{\mathbf{z}} t}{\log_{\mathbf{z}} y}$$

c.a.d:
$$\log_y x = \frac{\log_y x}{\log_x y}$$

🔲 Essayet de réseadre :

(4) Utilisez la propriété 6 pour trouver la valeur de . B .og, 8

b .og., 243

7- Propriete de l'inverse :
$$\log b = \frac{1}{\log_8 a}$$

Réflexion critique: Si a, $b \in \mathbb{R}_+$ {1} demontrer que $\log_a b = \frac{1}{\log_a a}$ pois utiliser le résultat pour prouver la valeur de $\log_3 7 \times \log_7 3$ Simplification des expressions logarithmiques

Résolution des équations logarithmiques:



Exemple

(4) Mettez sons la forme la plus simple.

a
$$2\log_2 25 + \log(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}) + 2\log_3 20$$
 b $\log_3 49 \times \log_8 5 \times \log_9 8 \times \log_7 9$

🍅 Solution

a L'expression =
$$\log 25^{\circ} + \log \frac{8}{15} + \log 3^{\circ} = \log 30$$

Propriété 5

$$\approx \log (25^2 \times \frac{8}{15} \times 3^2 \times \frac{1}{30})$$

Propriétés 3 et 4

b L'expression =
$$\frac{\log 49}{\log 5} \times \frac{\log 5}{\log 8} \times \frac{\log 8}{\log 9} \times \frac{\log 9}{\log 7}$$

= $\frac{\log 49}{\log 7} = \frac{2\log 7}{\log 7}$

Propriété 6

94

(5) Samplifiez: $\log 0.009 \log \frac{27}{16} + \log 15 \frac{5}{8} - \log \frac{1}{12}$

 $(7) Si_1x^2 + y^2 = 8x y, Démontrez que: 2 log(x + y) = 1 + log x + log y$

Résolution des équations logarithmiques :



Exemple

- 5 Trouvez dans R, l'ensemble solution de chacune des équations suivantes
 - * $\log_2(\pi 1) + \log_2(\pi + 1) = \log_2 8$
- $b \log_2 x + \log_2 3 = 2$

O Selution

• L'équation est définie pour tout $x \in \{xx - 1 > 0\} \cap \{xx + 1 > 0\}$

Donc x > 1 (est l'ensemble de validite de l'équation)

$$\log_2(\pi - 1) + \log_2(\pi + 1) = \log_2 8$$

$$\log_3(x-1)(x+1) - \log_3 8$$

Propriété 3

alors 3 ±3

- τ 3 n'appartient pas à l'ensemble de validité de l'équation
- . . L'ensemble solution est {3}
- b L'équation est définie pour tout x > 0, $x \ne 1$

$$1 \log_3 x + \frac{1}{\log_3 x} = 2$$

Propriété 7

$$(\log_3 t)^2 + 1 = 2\log_3 t$$

En multipliant par log, t

..
$$(\log_3 v)^2 - 2\log_3 v + 1 = 0$$

$$(\log_3 x - 1)^2 = 0$$

- ∴ x -3 ∈ L'ensemble de validaté de la fonction
- L'ensemble solution est {3}

🔝 Essayez de résendro :

- (8) Trouver dans R l'ensemble solution de chaoune des équations survantes
 - $= \log_3 x + \log_3 (x + 2) 1$ $\Rightarrow \log(8 x) + 2\log \sqrt{x + 6} = 0$ $= \log x \log_3 100 = 1$

Résolution des équations exponentielles en utilisant les logarithmes

Exemple En calculant le logarithme de chaque membre

- Trouvez la valeur de 1 dans chacun des cas suivants en arrondissant le résultat à un centièmes près
 - a 2141 .5

5 553 - 3 x 451

O Bolution

- a 2141 -5
- En calculant le logarithme de chaque membre

$$\therefore$$
 $(x + 1) \log 2 \log 5$

$$x + 1 = \frac{\log 5}{\log 2}$$
 d'où : $y = \frac{\log 5}{\log 2}$ I

$$\Delta t \approx 1.32$$

L'utilisation de la calculatrice

b
$$5x^2 - 3 \times 4x^{+1}$$
 En prenant le logarithme de chaque rrembre

En utilisant la calculatrice :

🔲 Espayor do résendre :

Trouvez la valeur de « dans chaoun des cas suivants en arrondissant le résultat à un dixièmes près 1/10.

Exemple Applications sur les Lois de logarithms laws

7 Liens avec la Géologie; Si l'intensité d'un tremblement de terre sur l'échelle de Richter est donnée par la relation $f = \log \left(\frac{1}{l_0} \right)$, où I est la force du tremblement de terre et I_0 la force initiale (c'est la plus petite force du monvement de la terre non détecté par l'échelle)

- a Trouver sur l'echelle de Richter l'intensité d'un tremblement de terre dont la force est équivalente à 10° fois sa force initiale.
- En 1989, il ya en un tremblement de terre d'intensité 7,1 sur l'échelle de Richter. Calculer sa force

🕝 Solution

a
$$f = \log(\frac{1}{I_n})$$
, $I_n = 10^6 I_n$ $f = \log(\frac{10^8 I_n}{I_n})$ $\log^6 10 = 6 \log 10$ 6

Done l'intensite du tremblement de terre 6 sur l'échelle de Richter

b : L'intensité du tremblement de terre - 7,1

. 7.1 =
$$\log(\frac{1}{I_{\mu}})$$
 $\therefore \frac{I_{\mu}}{I_{\mu}} = 10^{7.1} \text{ Ins. } 10^{$

Donc La force du tremblement de terre est équivalente à 12590000 fois sa force impale.

📘 Essayaz da Résoudro:

- 👀 Si le nombre d'habitants d'une ville, à partir de l'armée 2000 est donné par la relation N = 105 (13)ⁿ⁻²⁰¹⁰ sù n'est le nombre d'habitants et a l'année
 - Calcular le nombre d'habitant de cette ville en 2015
 - b En quelle année le nombre d'habitants de cette ville deviendra 1 4 multon d'habitants



- (1) Sans utiliser une calculatore, trouvez la valeur de
 - a log 1000
- b. log, 37
- c log, 16

- a 100 0 001
- * log_e ? 9 log_e 1

- (2) Mettez dans sa forme la plus ample
 - ৰ log2 + log5
- b log_ 15 log_ 3 .g log_ 5

- d log, 5×log, 1 log 54 3log3 log1 | 1+log3 log1 log15
- g log b + log b + log b + log 12 + log 12 + log 12
- (3) Mettez le signe (✓) devant la phrase correcte et le signe (✗) devant la phrase fausse où x et y ∈ **½*** a et b ∈ **½*** - {1}
 - θ $\log(x+y) \log x + \log y$ () θ $\log(x+y) = \log x \times \log y$
 - - ()

- = log_(ry) log_x+log_y ()
- ্**⊉**াog2্র = 5 log2r
- ()
- $\log_{a}(\frac{1}{y}) \log_{a}x + \log_{a}y^{2} ()$ $\log_{a}x + \log_{b}x + \log_{b}x$
- ()

g Si $\tau < 0$ alors $\log_2 x^4 = 4\log_2 x$

- ()
- 4 Si $\log 2 = r^3 \log 3 = y$ trouver la valeur de logo et $\log_{10} 1^2$ en fonction de x et y
- (5) Trouvez la valeur de i dans chacun des cas su vants en arrondissant le résultat à un centreme इस्त्राच्

 - a, 73x2 5 b 7x4 = 3x-2 e 5 -7
- d x log = 100 t

🚯 Trouvez dans 🕱 . 'ensemble so, ution de chacune des équations su vantes

a $\log_4 x = 1 - \log_4 (x - 3)$ b $\log_3 (x + 5) = 2 \log_3 x$ o $\log_3 (x + 8) \log_3 (x - 1) = 1$

d $(\log t)^2 - \log t^2 = 3$ is $(\log t)^3 = \log t^3$ if $3 \log t - 2 \log 3$

log. 0 - log. 3

h log, t+log_2 :3 | 11 log, (3 * 4) + x · 5 · 0

(7) Utiliäez une calculatrice pour trouver la valeur de

a log 3.15

b log, 25

○ ?log5-3log7 d ; 150 x 5 700

- (8) Utili ser une calculatrice pour trouver le nombre de chaffres du nombre 44?
- En lien avec la Chimie : Le potentiel hydrogène (PH) est donné par la relation

 $PH = .og(H^{+})$ où (H^{+}) est la concentration des ions hydrogène en g/l dans un milieu donné

- Calculer le potentiel hydrogène dans une solution dont la concentration des lons hydrogène est égale à 10⁻³
- b Calculer la concentration des ions hydrogène dans une solution dont le potentie. hydrogène est égal à 9
- (1) Croissance de la population : Lenombre n d'habitants d'une vil. e augmente annuellement de 7%
 - Trouver une formule exprunant le nombre d'habitants dans un an.
 - b At, bout de combien d'années le nombre d'habitants sera doublé sachant que le taux d'augmentation annuel ne change pas
- (1) St x 5+3√6 trouvez dans sa plus sample forme la valeur de log (1/2 + x)
- 12 Deceler l'erreur: Antra et Israa ont simplifié chacune l'expression log 1 + log y4 log 1 y

bolucion d'Israe

L'expression : log x x x - log x y $\pm \log(xy)^2 = 2\log xy$

$$-2(\log x + \log y)$$

L'expression 3 log t + 4 log y 2 log ty

3 log t + 4 logy 2 (log t + logy)

Blog to 4.0gy 2.0g t Blogy

log + 2 log y

Laquelle des deuts solutions est correcte. Justifier votre réponse?

(13) Réflexion critique; Sans uturer une calculatrice. Trouvez la valeur de

 $\log (\tan 1^\circ) + \log (\tan 2^\circ) + \log (\tan 3^\circ) + + \log (\tan 89^\circ)$

Résumé de l'unité

1) Princapeos errados

a a =a a a a a a a a (où le facteur a est répété n fors)

Propriétée de puissances enteres Pour tout m n ∈ Z a , b ∈ R - {0}

d
$$(\frac{a}{b})^n + \frac{a^n}{b^n}$$
 e $(a^m)^n - a^{mn}$

2) Regains retire

L'équation xe a où a e 🗓 n e 🌋 admet a recines

- a Sin est pair et a e IL Il y a deux racines réelles l'une est positive et l'autre est négative (les autres racine des nombres complexes). La racine réelle n'ême positive notée 🌠 est appelée la principale s extmonub
- b Si n'est pair et a ∈ M. L'équation n'admet pas de racines réelles)
- Si n'est impair et a « W. L'équation admet une radine réelle unique (les autre radinés sont des nombres complexes) ragme est appelés la ragme principale

L'équation : 0 admet une racine réalle unique qui est égale à zéro

3) Progresses destactment the: St Va Vb & Et alors

- 4) Pulmances fractionneires d T-Va of Van E R
- 5) Propriétés des puissances fractionnaires

Cette relation est valable si à < 0 g est impair > I

- **b** $a^{\frac{m}{n}}$ $(\sqrt[n]{a})^m$ $\sqrt[n]{a^m}$ $a \in \mathbb{R}$, m n sont des nombres entiers qui n'ont pas de facteurs communs, n > 1, Va E III
- 6) Fenetum exponentielle Si f B → B* telle que f(x) : a' a ∈ B*- {1} alors falors la fonction fest appelée une fonction exponentielle de base a

- Propriétés de la courbe de la fonction exponentielle
 - a L'ensemble de définition est R
- b L'ensemble image est R*
- La fonction est cro, ssante sur son ensemble de définition pour tout a > 1. Dans ce cas. la fonction est appelée fonction de groissance exponente, le
- d La fonction est decro, scante sur son ensemble de définition pour tout 0 < a< 1 Dans ce cas. la fonction est appelée fonction de décronssance exponentielle
- 8) L'equation exponent alle:

St $a^n = a^m$ où a $\notin (D 1, -1)$ alors m = n

Stan book a, b & (D 1, -1) alors

п=0 он а= в Sa випран он а= в Sa вран

- 9) Foretten régresses: Si f est une foretion injective de $X \longrightarrow Y$ alors $f \colon Y \longrightarrow X$ est appelée la fonction réologogue de f Si pour tout $(x, y) \in f$ alors $(y, x) \in f^1$
- 10) La courbe de la fonction f est l'image de la courbe dans la symétrie par rapport à la droite d'équation y
- 11) Pour qui une fonction if admette une réciproque elle faille qui elle soit une fonction injective on peut vérifier par le test de la droite horizonale si la droite coupe la courbe en un point au plus alors la courbe repésente un fonction injective)
 - On dit que f(t) et g(t) sont réciproque l'une à l'autre $a(f \circ g)(t) = t$ et $(g \circ f)(t) = t$
 - 🗗 L'ensemble de définition f(i) est lui même l'ensemble image de la tonction réciproque
 - ② L'ensemble mage de f(t) est l'ensemble de définition de la fonction réciproque f · (t)
- 12) La fenetion logarithme
 - Si a ∈R* (1) alors la fonction y = log, x est la fonction inverse de la fonction y = a*
 - b ab c alors b log, c (Transforme de la forme exponentielle à la forme logarithme
 - Logarithme normale de base 10 (remarque log 5 = log₁₀5)
- 13) Proprietés de la fonction logarithmes
 - Fensemble de diffinition = R*
- b L'ensamble mage 1
- C La fonction y= log_1 est croissante si a > 1 et décroissante si 0 < a <1</p>
- 1 Prospéntés des logarithmes Si a ∈ L* (1)

d $\log_a x + \log_a y = \log_a xy + ou x, y > 0$

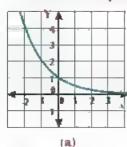
• $\log_n x \cdot \log_n y = \log_n \frac{x}{y}$

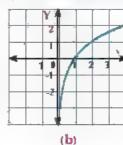
 $\cot x_1 y > 0$

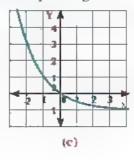
- $\log x = \frac{\log x}{\log x} = \frac{\log x}{\log x} = \frac{\log x}{\log x} = \log x = \log x$

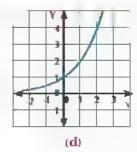


- (1) Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:
 - a St 3" 5 alors v .
 - (a) 2
- (b) log, 5
- (e) log₅ 3
- (d) 5
- b La fonction f telle que $f(x) = 2^x$ est représentée par la figure









- a log_{√√} 81 =
 - (4) 4
- (b) 8
- (c) 4
- $(d)^{\frac{32}{3}}$

- d 31+1+31+31 =
 - (a) a
- (b) a 1
- (c) at
- (d) 1
- · La figure di contre représente la fonction f telle que
 - (a) $f(x) = 2^{s+1}$
- **(b)** $f(v) = 2^{-3}$
- $(c) f(x) = 3^{-n}$
- (d) f(v) 2*



- Lequel parmi ce qui suit est équivalente à l'expression 2 log 7 .ng 7 +log 6
 - (at) log 7
- **(b)** $\frac{\log 49}{\log 42}$
- (e) = 1 log 6
- (d) $\log \frac{7}{6}$

- g Sr $\log_2(x 4) = 4$ alors τ
 - (a) 4
- (b) 20
- (c) 16
- (d) 18

- h log 0.01 =
 - (a) 1
- (b) 2
- (c) I
- (d) -2
- If St la courbe de la fonction $y = \log_4 (1 a_1)$ passe par le point de coordonnées $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$ alors a
 - (a) 2
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 8

2 Déterminez l'ensemble solution de chacune des équations suivantes

9
$$\log_{1}(x+3) - \log_{1}(x+3) = 1$$

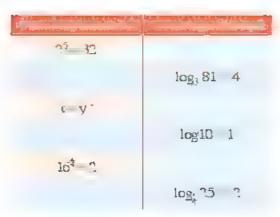
- (1) Complétez
 - a St 24 = 5 alors 44 -
 - **b** L'ensamble de définition de la fonction f telle que $f(x) = 3^n$ est

et son ensemble

L'ensemble de définition de la fonction fielle que f(x) log-x est

et son en semble

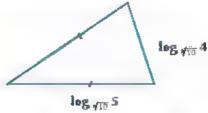
- d log, 5 x log, 3 -
- La courbe représentative de la tonction y log₃ (3 l) coupe l'axe des abscisses au point
- ! Si log₁ x = 4 alers x =
- (4) Complétez le tableau en utilisant l'équivalence entre les deux formes $y = \log_6 x$ et $b^y = x$



- (5) Représentez graphiquement chaqune des fonctions suivantes
 - $\mathbf{a} = f(x) = (x^2)^x$

- $h f(x) = \log_{x}(x+1)$
- Trouvez, dans sa fonne la plus simple le pêrmètre de chaque des figures su vantes.







Epreuve cumulative



- Trouvez la valeur de
 - # (30) 3
- Le l log_{o by} (0,3) ⁴

- (2) Mettez dans sa forme la plus ample
 - a 5 ×4
- b 5x3 24, 4x3 344
- € log, 4+3log, 3
- (3) Trouvez l'ensemble solution de chaqune des équations sui vantes
 - 10 arrondur le résultat à un dixième près
- $b \log_5 x + \log_5 3 = 1$

on no new protect

d 2 - 33 2 + 32 - 0

- (4) Chemissez le bonne réponse
 - Le nombre ? 24 + ? 25 + ? 22 is divisible by
 - (a) 3
- (b) 5.
- (c) 7
- (d)9

- b Stlog(v+11) * Calors x →
 - (a) 9
- (b) 22
- (c) 89
- (d) 91
- La somme des ragnes réelles de l'équation 💒 🗀 16 is
 - (a) 2
- (b) 2
- (c) ±2
- (d) 0

- d log (cos θ) + log (secθ) -
- ,0∈ [0, \frac{\pi}{2}]

- (a) a
- (b) (J
- (d) -1
- (5) Si $\log(\tau + y) = \frac{1}{y}$ ($\log \tau + \log y$) + $\log 2$ Demontez que x y
- 🚯 En lien ayec la Physique : , La période d'un pendule est donnée par la relation n 🥟 $\mathcal{M}\int_{a}^{L} \phi \hat{u}$ n est le temps en secondes / est le longueur du pendule-en centimètres et g est l'acceleration de l'attraction terrestre qui est égale à 98 m/s
 - Trouver la période d'un grand pendule de longueur 73 cm
 - On veut fabrique un pendule dont la periode ne dépasse pas 10 secondes. Que le taudrait être là longueur du pendule ?
- (7) Lien avec la Géologie; On mesure , 'intensité I d' un tremblement de terre sur l'échelle de Richter par la relation m logi où i est l'amplitude de l'onde causant le tremblement de terre. De combien de tois est égale l'amplitude de l'onde causant un tremblement de terre d'intensité 10 degrés sur l'échelle de Richter par rapport à une autre d'intensité 7 degrés sur la même échelle ?



Introductionde l'unité

Les premières idees sur le calcul différentiel et intégral sont apparues dans les travaux d'Aschimède, qui a na sie placé plusièurs lois en géométre comme le volume ét l'aite de la surface de la sphère en utilisant des met ides premières à tan. Le raicul méteur à Auxilier et au viveme sièce de nimble xi avants le interessés à des problemes dont la résolution nécessité le colcul différentiel jusqu'à ce que l'Anglar Newton et l'Alternand Leibniz ant découver chaque de son côte la théorie de base du calcul différentiel et intégral est une branche des mathématiques qui étudie les limites, la dérivée, 'intégral et les surfes inflines. C'est une science qui étudie et qui analyse la variation des fonts inside entre le intégral entre dans de nombre assa applications en genneure et dans différents di maines i remitiques où it y à besoin d'étudier la variation de la fonts in, sin changement et la remotion des problèmes que l'algebre ne peut résoudte fordement.

Compétences attendues de l'unité

Après l'étude de l'unité, il est prévu que l'élève soit capable de:

- Reconnaît è les bases des limite
- Recognaître les formes indéterminées comme
 0 , +∞ , -∞ , -∞ , 0 × , ∞ , .
- Déterminer une méthode pour calculer la sumité d'une fonction Par la substitution 1 teste, par la fectorisation, par la division euclidiente que maultipliant plu le cinque de la rigue.
- © Calculet les invites en utilisant la formule $\lim_{t \to \infty} \frac{t^a - a^b}{t - a} = \min$
- © Calculate les levietes en est desant la formule $\lim_{t\to a} \frac{e^{a_t} \cdot a^a}{t^{a_t} \cdot a^a} = \frac{n}{m} a^{n(a)}$
- @ Calacter les locates d'une fonction àl'infini
- Calculer les limites de certaines fonction tilganométriques

- Utiliser les lagiciels de graphisme pour vérifier la limite d'une topotion et pour est mer une limite soils forme d'activité.
- tdentifes la limite à droise et la limite à gauche d'une tout un en un point au la duf intion de la fonction est thange?
- tpentifier la motion de la continuité d'une function
- La continuité d'une fonction en un point La continuité d'une fonction dans un intervalle
- Redéfinir quelques fonctions discontinues pour qu'elles d'eviennent continues
- Découvrir des applications (éxercices et autivées variées autiles notions de base des motes des minorions et europe nuite.

Vocabulaires de base

- Opamité indéterminée
- 3 Indéfan

Lorete à droite Lumin à gauche

- 2 Limits d une logguen
- Submittation directs
- Fonction polynôme
 Limite d'une fonction à l'infinit
- : Forettest trigonométrique
- Limite d'une fonction trigonométrique
- 3 Continuité d'une fonction

Aides pédagogiques

C doulatrice scientifique – Ordinaleur - Logiciels de graphisme

Leçons de l'unité

Legals (5 - 1) Introduction asix limites

Leçon (3 - 1) Déterminé la limite d'une fonction algébriquement

Leçon 3 3 Limite d'une fonction à l'infin-

Leçain 3 - 4) Lunde des fonctionstrigonométriques

Leçon (3 - 5) Existence de la limite d'une fonction en un point donné

Leçon 3 - 6: Continuité

Organigramme de l'unité

Limite et continuité

Limite d'une fonction Continuité d'une fonction Déterminé de la limite Introduction aux limites Continuité en un point Continuité sur intervaile a.gébriquement Limite d'une Existence d'une um te a l'infinte fonction imite triganométrique Substitution Division Multiplication $\lim_{x\to 0}\frac{\lim_{x\to 0}x^{k-a}^{k}}{x+a}=na$ Factorisation directe euc idenne par le cojugé

Unité (3)

Introduction aux limites



Allez apprendre

- Quantités hdéterm nees
- > ∠imite diune fanction en en pale.



Réfléchissez et discutez

La notion de la limite d'une fonction en un point est des notions essentigiles à la seience de calcule différentiel. Dans cette mité, nous allons reconnaître la notion de la limite d'une fonction dans les cadres graphique et algébrique. Mais reconnaissons d'abord les différents types des quantités dans l'ensemble des nombres réels





440 est un symbole

qui indique le plus

grand nombre téel

qui peut être îmaginé.





📢 Vocabulaires de base

- Quandté indéterminée.
- ndéfin
- Ensemble des nombres réels prolongé
- ► Limite à droite
- r left mit
- Valeur de la fonction
- Limite diune fonction



🔝 A apprendre

Quantités indéterminées

Dans la rubrique «Réfléchissez et discutez» on trouve que les résultats des opérations sont parlamement déterminés dans les questions 1; 2, 3 tandis qu'ils ne le sont pas dans les autres cas.

On remarque que 7 : 0 est incofinie car la division par 0 n°s pas de seus De même, on ne peut pas déterminer le résultat de l'opération 0 : 0 car il existe une infinité de nombres en les mult phant par 0 on obtient 0 .

C'est pour cela que 🥋 est une quantité indéterminée. Les quantités

Aides pédagogaques

- Calculatrice scientifique
- Logicieis de graphisme



On affectue les opérations sur l'ensemble des nombres réels est les deux symbols +∞ et ∞ comme ce qui suit :

$$3 - 400 \times a = \begin{cases} 400 \text{ si a} > 0 \\ 0 \times a < 0 \end{cases}$$

$$3 + 400 \times a = \begin{cases} 400 & \text{si } a > 0 \\ 400 & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

$$4 + 400 \times a = \begin{cases} 400 & \text{si } a < 0 \\ 400 & \text{si } a > 0 \end{cases}$$



Exemple

1 Trouvez le résultat de ce qui suit dans l'ensemble des nombres réals prolongé si cela est eld group

Solution

Essayoz de résoudre

(1) Trouvez le résultat de ce qui suit dans l'ensemble des nombres réels prolongé si cela est possible

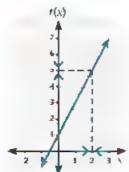
Limite d'une fonction en un point:



Emdier les valeurs de la fonction f telle que f(x) = 2x + 1 quand x tend vers 2 à travers les données du tableau suivant:



<u> </u>	
1-9	48
1.99	4 98
1.999	4 998
1 9999	4 9998
1	1
5 +2	$f(3) \rightarrow 5$



On remarque que:

Quand x tend vers le nombre 2 du côté droute ou du côté gauche f(x) tend vers 5 On exprime cette relation mathématiquement par lim (0x + 1) = 5 la représentation graphique expulque cette relation.



Si la valeur de la fonction f(i) tend vers luis valeur réelle unique / quand i tend vers le nombre réel a soit du côté droit et du côté gauche, alors la limite de la fonction est egale à lun f(x) = /

Il se ut la lumite de la fonction f(x) si x tends vers a est égale à f

Exemple Estimé la limite (La limite est égale à la valeur de la fonction)

- Estimez hm (2 3 t) graphiquement et à partir d'une étude numérique

Graphiquement: On représente la fonction affine: y = 2 - 3x comme dans la figure ci contre:

Du graphique on remarque que:

Si
$$v + 2$$
 alors $f(v) \rightarrow 4$

À partir d'une étude nurrérique: on construit le tableau de valeurs de f(x) en choisissant des valeurs proche du nombre 2 d côté droit ou du côté gauche comme suivant

ės iu	,			
	1.999	1.99	1.9	
- 1	9 MARY	2.00	0.77	

X	2.1	2.01	2,001		2	4	1,999	1.99	1.9
加	4.3	4.03	4.003	<i>₹</i>	4	€—	-3,997	3,97	-3.7

Le tableau montre lorsque « tends vers le nombre 2 du côté droite ou du côté gauche alors les valeurs de (c) tonds vers le nombre 4

📘 Essayez de résoudre

(2) Estimez de chacun de ce qui suit graphiquement et à partir d'une étude minérique:



Exemple

Estimation de la limite (La limite n'est pas egale à la valeur de la fonction)

Estimez graphiquement et à partir d'une étude munénque



x

f(x)

Graphiquement: La représentation graphique oi-contre de

2.01

4.01

la fonction f telle que :
$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{2}$$

Montre que Si $x \to 2$ alors $f(x) \to 4$

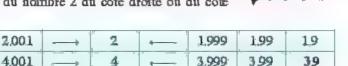
où
$$\tau \neq 2$$
.

Montre que Si
$$x = 2$$
 alors $f(x) \rightarrow 4$

2.1

4.1

À par tir d'une étude numérique: on construit le tableau des valeurs de f(z)en choisissant des valeurs procher du nombre 2 du côté droite on du côté gauché comme survant.



Le tableau montre lorsque i tends vers le nombre 2 du côte droite ou du côte gauche alors les valeurs de f(r) tonds vers le nombre 4

Dans cet exemple, on remarque:

- 1- Le rond vide dans la représentation graphique veut dire qui on a une forme indéterminée (0) BL 5=3
 - Livre de mattematiques pures i Sectiou scientifique i Deutsteme secondaire

2- L'existence d'une limite de la fonction si x 2 ne veut pas nécessairement dire que la fonction est définie en x 2 où x e & {2} Cette remarque montre une notion importante en limites

Essayez de resoudre

3 Estimez la limite chacun de ce qui suit graphiquement et à partir d'une étude numérique

Utilisation de la technologie pour déterminer la limite d'une fonction en un point



Dans chacun des cas survants, utilisez une calculatrice de graphisme pour tracer la courbe representative de la fonction f puis estimez la limite de la fonction aux points indiqués

1)
$$f(x) = x^3$$
 as $x = -\infty$

2)
$$f(v) = (\frac{v^{2}-1}{v-1})$$
 2 si $v \longrightarrow 1$

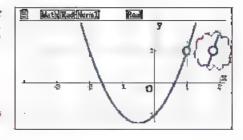
3)
$$f(x) = \frac{mn}{2} x^{2} \sin x = 0$$
 où x est mesuré en radians.

On peut utiliser une calculatrice de graphisme ou un logiciel (Geogebra) pour tracer la courbe représentative de la fonction comme suivant:

En utilisant la calculatrice de graphisme pour tracer la courbe représentative de la fonction f, telle que f(x) = x³ du graphique lim f(x) = 0

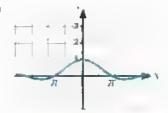


2) En utilisant la calculatrice de graphisme pour tracer la courbe représentative de la fonction f, telle que f(t) = (-x³ + 1/x - 1)
 du graphique lim f(t) = 1



Remarquez le rand vide au point de coordonnees (1, 1))

3) En utilisant la calculatrice de graphisme pour tracer la courbe représentative de la fonction f, telle que:



du graphique $\lim_{t\to 0} \frac{\sin t}{\lambda} = 1$

On deduit de l'activité précédente que :

L'existence d'une haute de la fonction si $\lim_{X\to a} f(x)$ a ne veut pas nécessairement dire que la fonction est definie en $\chi \to a$

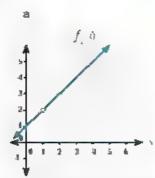
Pensé critique: Si la fonction f est définie en x = a cela signif, e que la fonction admet une unite en a? Justifiez votre réponse

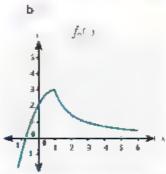
Exercices un l'activité: Utilisez une calculatrice de graphisme pour tracer la courbe représentative de la fonction *f* puis estimez la limite de la fonction aux points indiqués

- a l.m (2 v)
- b) km 13+8
- im Sm3x, où x-est mesure en radians



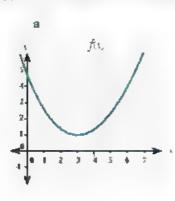
(1) Estimez la limite de chacune de fonctions suivantes si t -- 1

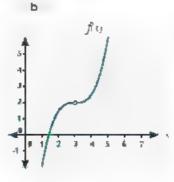


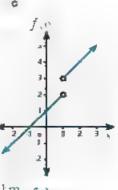




(2) Estimez la limite de chacun de fonctions stavantes au point indiqué



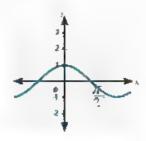




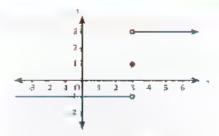
hm f(x) =

lim f(1)

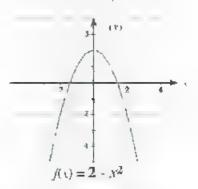
- hm f(v)
- (1) Dans la représentation graphique ci-contre, trouvez
 - a lim f(x)
 - b (O)



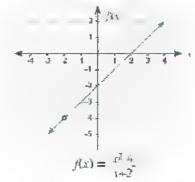
- Dans la représentation graphique ci-contre, trouvez
 - ≜ lim f(x)
 x ⋅3-
 - b f(3)



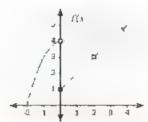
- (5) Dans la représentation graph que ci-contre, trouvez :
 - $a_1 = \lim_{x \to -2} f(x)$
 - b f(2)
 - 6. lim f(x)
 - d #(0)
- (6) Dans la représentation grapalque ci-contre, mouvez :
 - a fin (2 £2) r =0
 - b /(0)



- ② Dans la représentation graphique ci-contre, .rouvez :
 - a llm <u>x²-4</u> x+2 x+2
 - b /(-2)



- B Dans la représentation graphique ci-contre, trouvez :
 - $\mathbf{8} f(\mathbf{0})$
- **b** im f(x)
- 6 f(2)
- $\mathbf{d} = \lim_{x \to 2} f(x)$



Limites et continuité

Complétez le tableau survant puis déduisez $\lim_{t\to 2} f(t)$ où f(t) = 5 + 4



19

199

1.999

.

2

2,001

2.01

2,1

Complétez le tableau survant puis déduisez am (3 t + 1)



- 0,9

- 0,99

0999

e---

- 1

- 1.001

- 1.01

- 11

(i) Complétez le tableau survant puis déduisez im 1 1 + 1



. 09

- 0.99

. 0,999 +--

- 1.

- 1.001

- 1.01

- 11

(2) Complétez le tableau survant puis déduisez lim



1,9

1,99

1999

ė-----

2

2.001

2.01

2,1

- (13) Unhaez une calculatrice de graphisme ou un logiciel du graphique pour tracer la courbe représentative de la fonction f puis estimez la limite de la fonction ensuite vérifiez votre solution en utilisant les points indiqués.
 - a $\lim_{\tau \to 2} (3x-4)$
 - $\mathbf{E} \quad \lim_{x \to -1} \frac{x^2 + 1}{x + 1}$
 - lim (r + sin v)
 - 9 dm 1

- b lm (1° 4)
- d $\lim_{t \to 0} \frac{t^3 + 8}{t^3 + 2}$
- f. lim sin t it
- $h=\lim_{t\to 0} -\frac{1}{\mathrm{e.t}}$

Determiné la limite d'une Unité (3) fonction algébriquement

On a déjà étudié comment déterminer la limite d'une fonction en 🛪 💢 graph quement et à partir de l'étude de quelques valeur de la fonction Dans ce qui suit nous allons présenter quelques théoremes et résultat pour déferminer la limite d'une fonction sans parcourir aux tableaux du calcule.



Actività

Unlisez un logiciel de graphisme pour représenter graphiquement chacune des deux fenctions:

$$f_i(x) = \frac{x^2 + x^2}{2}$$
, $f_i(x) = x + 1$

Que remarquez-vous?

Calculate $\lim_{x \to \infty} f_1(x)$, $\lim_{x \to \infty} f_2(x)$

Que pouvez-vous dédiare?



A apprendre

Limite d'une fonction polynôme:



Si f(x) est une fonction polynôme et a e &

alors
$$\lim_{t\to 0} f(t) - f(a)$$



Exemple

Par substitution directe

- Trouvez la limite de chaquire des fonctions St... VEHIOS
 - a am (x 3x+5) 3-2
 - b. bm (-4) x = 3

Solution 5

- a lm (x² :3x+5)=4.6+5=3. (Par substitution directe)
- b lim (-4) = 4 On remarque que 1-3

 $f(\tau) = 4$ (constante) pour tout $\tau \in \mathbb{R}$





une fonction est appelée polynôme, si elle est à la forme $f(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2$... + t₀ x⁰

Oir n E M.

 $c_n \neq 0$

 \mathbf{c}_0 , \mathbf{c}_1 , ..., $\mathbf{c}_n \in \mathbb{R}$

Allez apprendre



- , mite d'une fonction polynôme,
- Quelques théorèmes. des irreites.
- Ül isation de la division euclidienne pour trouvez a mite d'une fanction
- J1 serue théorème $hm = \frac{A^{A} - A^{B}}{2} = m_A n$

Vocabulaires de base



- . . mite d'une fonction
- fonction polynôme
- Substitution directe.
- Factor sation.
- Division composée
- Conjugué

Aides pedagogrques



Calculatrice scient figure

Logicie à de graph sme

🔝 Esanyaz de résoudra

- 1) Trouvez la lumite de chacume des fonctions sui vantes
 - lain (3x 5) 6.3
- b lim (3p2 + x 4) (5 lim (7)



- hm (t) / et
- lim g(x) ·m
- alors'

- 1- lim c(x) c/ sikeR 2- lim (f(x) ± g(x)) = f ± m
- 3- im f(x) g(x) = (m $\lambda \to a$

- 4- $\lim_{t\to a} \frac{f(t)}{t(t)} = f$ où $m \neq 0$
- $5 = \lim_{n \to \infty} (f(x))^n = f^n \qquad \text{si } f = \mathbb{R}$

🎮 Exemple Utilisation du théorème

- 2 1 Trouvez la limite de chacune des fouctions su vantes
 - a lm 3:+7
- b im (√4,e2.3)

- $\lim_{x \to 1} \frac{3x + 7}{x^2 + 2x 5} = \frac{\lim_{x \to -1} (3x + 7)}{\lim_{x \to -1} (x^2 + 2x 5)} = \frac{3 \times -1 + 7}{(-1)^2 + 2(-1) 5} = \frac{4}{-5}$
- b $\lim_{x\to 2} \sqrt{4x^2 3} = \sqrt{\lim_{x\to 2} (4x^2 3)} = \sqrt{4(2)^2 3} = \sqrt{16 3} \sqrt{13}$

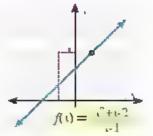
Entryez de résoudrev

- (2) Trouvez la limite de chacune des fonctions su vantes
 - a .im 1 3

b han √2,32+1

Détermination de la limite d'une fonction dans les cas des formes indéterminées:

From the over $\lim_{x\to 1} f(x)$ at $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ an unbased on la substitution directe, on trouve 🦺 , qui est une forme indéterminée. La figure oi contre est une représentation graphique de la fonction f on trouve que



C'est pour cela qu'on cherche une autre fonction équivalente, soit

g(x) en divisant par les facteurs commun non nuls au numérateur 🗗 au dénommateur



> Sif(x) =
$$g(x)$$
 pour tout $x \in \mathbb{R}$ {a}
and if him $g(x) = \ell$, alors $\lim_{x \to a} f(x) = \ell$



Exemple

Utilisation de la factorisation

3) Utilisez la factorisationi pour trouver les lumites suivantes

Solution

a. On remarque que $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$ est indéterminée en $x \ge 1$

En factorisant pais en divise per les facteurs communs non qu'is nous pouvous écrire f(x) sous la forme

$$f(x) = \frac{(x-1)^2(x^2+x+1)}{(x-1)^2} + x+1 - g(x)$$

De ce qui précède, on trouve que f(x) = g(x) pour tout $x \neq 1$

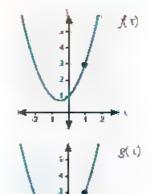
Comme lun
$$g(x) = 3$$

Et d'après le théorème 3 , $\lim_{t\to 1} f(t) = 3$ On déduit que $\lim_{t\to 1} \frac{x^3-1}{t+1} = 3$



Méthode de la division Euclidienne

b On ramarque que pour v · 1, la fonction du numérateur est f(x) 0 et la fonction du numérateur est g(x) = 0. Cela signifie que (x - 1)est un facteur commun du numérateur et du dénominateur. Vu la difficulté de factoriser la fonction du namérateur en deux facteurs dont1'unest(x-1) on utilise la méthode de la division euclidienne pour Trouvez l'autre facteur de l'expression x - 1x + 1 comme sint





Dans la division euclidenne: (1) On range le dividende et le diviseur soit dans l'ordre croissant ou dans l ordre décroissant. (2) On divise le premier terme du dividende par le premier terme du diviseur et on écrit le résultat. (3) On multiplie le résultat par le diviseur puis on rehanche le produit du dividende pour obtenir le reste. (4) On répète le méme processus jusqu'à la fin de la division.

Nous pouvons utiliser une méthode simple pour effectuer la division. Cette méthode est appelée la division composée:

On utilise dans cette méthode les coefficients des polynòmes comme su vant

Etape 1; Onécrit les coefficients du dividende Valeur de 1 1 0 - 2 1 + cofficient dans l'ordre décrossant puis on égalise le

diviseur par zero pour obtenir la valeur de x comme l'indique la figure ca-contre:

Etape 2: On multiplie le premier coefficient par la 1 0 - 2 1

valeur obtenue de l'et on écnt le produit en dessous

du deutaième facteur puis on additionné - 1 1

Done le quotient est $x^n + x - 1$

On obtain done $x^3 - 2x^2 + 1 = (x-1)(x^2 - x - 1)$

Dence $\lim_{t\to 1} \frac{(t-1)(t^2+t+1)}{(t-1)(t+2)} = \lim_{t\to 1} \frac{t^2+1}{t+2} = \frac{1}{3}$

Essayer de résendre

(a) Trouvez

Utilisation du conjugué

4. Calculez les Limites suivantes

O Solution

a On remarque que f, t, √ 1 - 3 1 est une quantité indéterminée ± 4

On cherche une méthode pour se débarresser du facteur (t = 4) existant au numérateur et au dénominateur

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x + 3} + 1}{x + 4} = \lim_{x \to 4} \frac{x + 3 + 1}{(x + 4)(\sqrt{x + 3} + 1)}$$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{(x + 4)(\sqrt{x + 3} + 1)}{(x + 4)(\sqrt{x + 3} + 1)}$$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{1}{\sqrt{1 - 3} + 1} = \frac{1}{2}$$

b
$$\lim_{t \to 5} \frac{x^2 - 5x}{\sqrt{x + 4} - 3} = \lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 5x}{\sqrt{x + 4} - 3} \times \frac{\sqrt{x + 4} + 3}{\sqrt{x + 4} + 3}$$

$$= \lim_{t \to 5} \frac{x(x - 5)(\sqrt{x + 4} + 3)}{x + 4 - 9} = \lim_{x \to 5} \frac{x(x - 5)(\sqrt{x + 4} + 3)}{(x - 5)}$$

$$= \lim_{x \to 5} x(\sqrt{x + 4} + 3) = 5(3 + 3) = 30$$

Essayez de résoudre

(4) Calculez les limites su vantes

$$\frac{1}{1} \lim_{t \to 1} \frac{x+1}{\sqrt{x+5}-1}$$



Sort la fonction feel que $f(x) = \frac{x^n + a^n}{x - a}$ alors $\lim_{x \to a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n \cdot a^{n-1}$



A l'aide de votre professeur démontrez théorème 4



Exemple 2

Determiné la limite d'une fonction en un point en utilisant théorème (4)

O Solution

$$\lim_{k \to 3} \frac{x^4 - 43}{x - 3} = 4(3)^3 = 108$$



Corollaires issus du théorème (4):



Exem ple

. Ca.colez

Amuria Press

Livre de Lelève Premier semestre

Solution (

a)
$$\lim_{t\to 0} \frac{(t+5)^4 \cdot 5^4}{t} = 4 \times 5^3 \Rightarrow 500$$

c
$$\lim_{t \to 2} \frac{(t-4)^5 + 3^2}{t^{-2}} = \lim_{t \to 2} \frac{(t-4)^2 (t^2)^5}{(t-4)^2 (t^2)}$$

d
$$\lim_{x \to 16} \frac{\sqrt[4]{x^2 - 32}}{\sqrt[4]{x^2 - 64}} = \lim_{x \to 16} \frac{x^{\frac{4}{12}} - (16)^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{4}{12}} - (16)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{7}} \times (16^{\frac{5}{4}}) \frac{3}{5} \times 16^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{5}{12}$$

$$16^{\frac{5}{3}} = (2^4)^{\frac{5}{2}} = 2^4 \stackrel{5}{\mathbb{D}^{\frac{3}{4}}}$$
$$= 2^5 = 32$$

Essayez de resoudre

(5) Calculez:

c
$$\lim_{t \to 7} \frac{\sqrt{t+25}}{t+7}$$

Reflexion créative;

Quel est la valeur de n et celle de k :

Exercices 3 - 2



Complétez ce qui suit:

(4)
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 4}{x + 2}$$
 (5) $\lim_{x \to a} \frac{x^2 - a^2}{x + a}$ (6) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x + 2}$

Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- - a 3
- b 2
- c 3
- d La fonction n'a pas de limite

(3)
$$\lim_{x\to 3} \frac{x^5-243}{x^3-27}$$
 ast égale is

$$b = \frac{5}{3}$$

(4)
$$\lim_{t\to 2} \frac{\tau^2}{\tau} \frac{4a}{2}$$
 exists then a equals:

(a)
$$\lim_{x\to 2} \frac{5}{x^2}$$
 est egale à $\lim_{x\to 2} \frac{5}{x^2}$ b

Trouver les limites suivantes si elles existent;

(6)
$$\lim_{x\to 3} (x^2 - 3x + 2)$$

1)
$$\lim_{\lambda \to 2} \frac{x^2 + 1}{-3}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \limsup_{x\to\frac{\pi}{2}} (2x + \sin x)$$

(20)
$$\lim_{x \to 1} \frac{x+1}{y+1}$$

(2)
$$\lim_{x \to 0} \frac{9}{x^2} \frac{4}{81}$$

(2)
$$\lim_{y \to 0} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 2y}$$

(4)
$$\lim_{x \to 0} \frac{x + \sqrt{x} - 12}{x = 0}$$

(25)
$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$

(27)
$$\lim_{x \to 1} \left(\frac{2}{x} + \frac{x^2 - x}{x} \right)$$

(28)
$$\lim_{x\to 2} \frac{1^3 + 9x^2}{1^4} \cdot \frac{7x^2 + 4}{4}$$

(30)
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 9}{x^3 \cdot 2x^2 + 2x \cdot 9}$$

Unité (3): L'autes et continu te

(42)
$$\lim_{x \to 3} \frac{x^4 - x}{x^5 + 243}$$

(44) L.u
$$\sqrt{z^2 + 8} - 3$$

$$\frac{4}{3}$$
 and $\frac{\sqrt{x+7}-2}{x+3}$

46
$$\lim_{\lambda \to 3} \frac{\sqrt{\tau + -3}}{\sqrt{\tau + 6} - 3}$$

(48)
$$\lim_{x\to 0} \frac{(2x-y)^{x-1}}{5x}$$

(49)
$$\lim_{x \to 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x-1} \right)$$

(50)
$$\lim_{x^2 \to x/2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 8x + 12}$$



Activité

- **En Lien avec le volume** On utilise un papier cartonné sous formé carréé de longueur de côté 24 cm pour cabriquer i ne boi e sans coi vercle en découpant quatre carrès de ses quatre coins. Si la longueur du côté de chaque carre découpé est x em:
- 1) Dessinez une figure illustrative de la hoîte.
- 2) Domontrez que le volume de la boîte est donné par la relation V = x(24 2 x)2
- 31 Trouver le volume de la boîte si $\epsilon = 4$ en étudiant les valeurs de la fonction quand $\epsilon \to 4$ à l'aide du ableau survant:



3 3.5

3.9

4.5

5

41 It...sez un logiciei de graphisme pour representer la relation puis vérificz que la valeur maximale du volume est réalisée pour 1 – 4

Réflexion critique:

(3) Si
$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{x-2} = 1$$
 calcules: $\lim_{x \to 2} f(x)$

(5) Si
$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2} = 5$$
 calculez:

$$\mathbf{a} \leftarrow \lim_{x \to 0} f(x)$$

b
$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$$

En lien avec le commerce: Une soc été trouve x et e dépense vi livres égyptie mes pour la pun louté de sa production, alors le bénéfice est donne par la relation $f(x) = 0.2 x^2 + 40 x + 150$. Trouvez le bénéfice de la société si la dépense pour la publicite tend vers 100 haves égyptiennes.

Limite d'une fonction à l'infini

Unit (3)

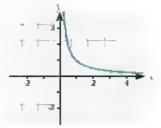
Dans beaucoup d'applications pranques et de la vie quotidienne nous avons besoin de connaître le comportement d'une fonction f quand



Utilisez un logiciel de graphisme pour représenter la fonction ftelle que



Que se passe-t il dans la courbe de la augmentent et tendent vers l'infini



 De la représentation graphique on remarque que lorsque t s'approche de l'infim, la valeur de f(r) s'approche de zéro Pour cela, on dit que quand x tend vers l'infint f(t) tend vers un nombre déterminé

Complétez le tableau survant pour découvrir ce nombre f(v)

-								
.5	10	100	1000	10000	190000	x	+ 46	22
f(t)	01	0,01				r	- P	



Limite d'une fonction à l'infini

De l'activité précédent, on trouve que si les valeurs de x augmentent tendant vers l'infini les valeurs de f(t) tendent vers 0





Formules de base :

- lim e e où e est constant
- Si n est un nombre entier positif, alors lim re +00

Remarquez que: le théorème (2) déjà étudié dans la leçon précédente concernant la lignite d'une soggette d'une différence d'un produit ou d'un quotient de deux fonctions lorsque # + a est vrei ausa quand # -+ +00

Aliez apprendre



- Limite d'une fonction à môn).
- Recherche de la mile d'une fonction à l'infini par la résoation algebrique.
- · Rechetche de la imite d'une fonction à infini par _la résoution graphique.

Vocabulaires de base



· Limite diune fonction a Infin

Aides pédagogiques



- Calculatrice scientifique
- · Logicie s de graphisme



Exemple |

(1) Calculez:

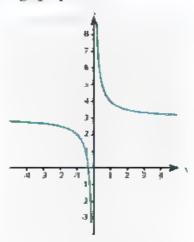
$$\mathbf{a}_{i,j} = \lim_{X \to +\infty} \left(\frac{1}{X} + 3 \right)$$

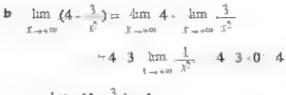
> En utilisant un logiciel de graphisme, vérifiez le résultat graphiquement

Solution

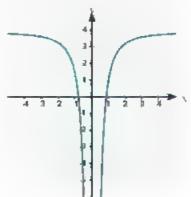
a
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{x} + 3 \right) \leftarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \to +\infty} 3$$

$$\lim_{\delta \to +\infty} \left(\frac{1}{s} - 3 \right) = 3$$









📊 Essayoz de résoudre

Calculez:

$$\frac{1}{x} = \lim_{x \to \infty} (\frac{5}{x^2} + 2)$$

a
$$\lim_{x \to +\infty} (\frac{5}{x} + 2)$$
 b $\lim_{x \to +\infty} (\frac{5}{x} + 5)$

🕽 Exemple

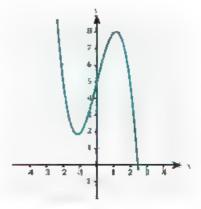
(2) Calculez: lam (4x-13+5)

Sotution

$$\lim_{x \to +\infty} x^{3} \left(\frac{4}{x^{2}}, 1 + \frac{5}{x^{3}} \right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} x^3 \times \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{4}{x^3} + \frac{1}{x^3} + \frac{5}{x^3} \right)$$

400 × 1= ± 400



📘 Essayoz do résoudra

(2) Calculez les hontes su vantes



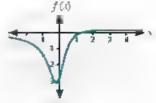
Exemple

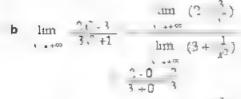
3 Calculez les hautes survantes

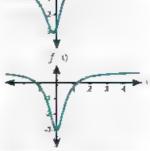
Selution

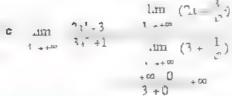
Dans tous les cas on divise le numérateur et le dénominateur par i (la plus grande puissance ezistante au dénominateur)

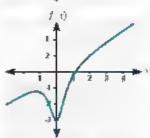
a
$$\lim_{t \to +\infty} \frac{2}{3t^2 + 1} = \lim_{t \to +\infty} \frac{\left(\frac{2}{t} - \frac{3}{t^2}\right)}{\sin\left(3 + \frac{1}{t}\right)} = 0.0$$











De l'exemple précédent, on déduit que le calcu, de $\lim_{t\to\infty} \frac{f(s)}{f(s)}$ J-++* (4, 1) où f(x) et g(x) sont deux fonenous polynômes

- La ...mite est ...» nombre rée, différent de zéro si le degré du mandrateur ... e degré du dénominateur
- La amite est egale à zéro si le degre da numérateur < degré du dénominateur
- La lumite est égale à ± « si le degré du numérateur > degré du dénominateur

Essayez de résoudre

(3) Calculez

a
$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{2x}$$

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{5t^2 - 3x + 1}{3t} = \lim_{t \to +\infty} \lim_{t \to +\infty} \frac{4t^2 - 5x}{8t^4 + 3t^2 - 2}$$



Example |

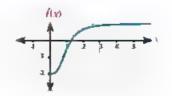
(4) Calculez les limites suivantes

a
$$\lim_{l\to+\infty} \frac{l^3-2}{l\cdot l^3+1}$$

Colution

$$x > 0 \text{ doù } x = x$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{k-2}}{x^{k+1}}$$

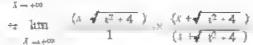


$$f(v) = \frac{v^2}{v^2 + 1}$$

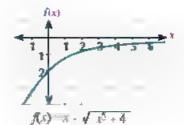
En divisant le numerateur et le denominateur par π^3

$$\lim_{t \to \infty} \frac{(1 - \frac{2}{t^2})}{\lim_{t \to \infty} (1 + \frac{1}{t^2})} = \lim_{t \to 0} \frac{1}{1 + 0} = 1$$

b lim $(x \sqrt{x^2+4})$



$$t > 0 \longrightarrow \sqrt{t^2} = xt - x$$



En divisant le numérateur et le dénominateur par $t = \sqrt{|t|^2}$

*.
$$\lim_{k \to +\infty} \frac{4}{k + \sqrt{k^2 + \frac{4}{4}}} = \lim_{k \to +\infty} (1 + \sqrt{1 + \frac{4}{k^2}}) = 0$$

- 🔲 Essayat da résoudre -
- 4) Calculez:

a han
$$\frac{4.3}{\sqrt{4c^2+25}}$$

$$h = \lim_{x \to +\infty} (\sqrt{-3x^2 + 5x} - \sqrt{3}x)$$



Exercices 3 - 3



Complétez ce qui suit :

- (1) im (1+3)
- (3) lim (7)
- (5) lim 2 +1
- (7) .im 13+3
- (1) $\lim_{\xi \to +\infty} (3 \frac{7}{\xi} + \frac{4}{\xi}) =$

- (2) $\lim_{x \to +\infty} (\frac{3}{x^2} 2)$
- 4 lim (1-3)
- (6) hm 11 5
- (B) lim 3 t √ (° 1) =
- (10) lim (12+1 x)

Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- 1) lim 6 1 est égale à

- g 3
- d +00

- (12) $\lim_{t\to+\infty} \sqrt{\frac{4}{t+1}}$ est égale à
 - a 0
- 0 2

- (3) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x+3}{2}$ est égale à

- d to

- (14) lim 1 + 1 est egale à
 - a ()
- 0 1
- d +00

- (15) $\lim_{1\to+\infty} \sqrt{\frac{1+r}{4r-1}}$ est égale à
- D 1

Trouvez les limites suivantes:

- (f) dam 3 12
- (7) $\lim_{t \to +\infty} (x^3 + 5x^2 + 1)$

- 10 Jam 32 43
- 20 lm 41"

Unit (3): Limites et continuite

$$\lim_{k \to +\infty} \frac{2k+1}{k^2 + 4k + 1} \qquad \qquad 23 \lim_{k \to +\infty} \frac{4^{k-2}}{3k^2 + 4k + 1} \qquad \qquad 24 \lim_{k \to +\infty} \frac{2k^2 - 1}{4k^2 - 5k - 1}$$

26
$$\lim_{1 \to +\infty} \left(\frac{7}{7} + \frac{2}{(x+3)^{\frac{1}{7}}} \right) = \frac{5}{27} \lim_{1 \to +\infty} \left(\frac{1}{32^{\frac{1}{7}}} - \frac{5}{2+1} \right)$$

(28)
$$\lim_{t \to \infty} \left(\frac{t}{2t+1} + \frac{3t^2}{(t-3)^2} \right)$$
 (29) $\lim_{t \to \infty} \frac{-t}{\sqrt{4+t^2}}$ (30) $\lim_{t \to \infty} \frac{t^3}{(2t-1)^3}$

(31)
$$\lim_{k \to +\infty} (\sqrt{4x-2x+1} - 2x)$$
 (32) $\lim_{k \to +\infty} (\sqrt{5x^2+4x+7} - \sqrt{5x^2+4x+7})$

(33)
$$\lim_{t \to \infty} \tau(\sqrt{4\tau^2+1})^2 t$$
, (34) $\lim_{t \to +\infty} \frac{\tau^2+\tau-1}{8\tau^2+1}$ (35) $\lim_{t \to +\infty} \frac{4\cdot 7\tau^2}{\sqrt{\tau^2+9}}$

3) Soit
$$\lim_{t\to +\infty} (\sqrt{a_1^2+3b_1+3}\cdot 2x) = 3$$
 Trouvez la valeur de a et celle de b

(38)
$$\lim_{t\to +\infty} \frac{t^{\frac{1}{2}}+3x^{\frac{2}{2}}+5}{2x^{\frac{2}{2}}+x^{\frac{2}{2}}+1}$$

$$\lim_{\xi \to +\infty} \frac{\tau^{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}, \frac{n}{2} + \frac{5}{4}}}{2\tau^{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}, \frac{n}{2} + \frac{1}{4}}} \qquad \qquad \underbrace{3}_{\xi \to +\infty} \frac{\gamma_{\xi^{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}, \frac{n}{2} + \frac{1}{4}}}{4\tau^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}}}_{1 + \xi^{\frac{1}{2}}}$$

(4) Réflexion creative Une entrepnise production. s'élève à 5000 Livres. De plus se ra oute une demie Livres par toute carte produité. Le coût total de la production est S 1 + 5000 ou est, c.e nombre de cartes produites

Trouvez

- (1) Le coût de la production d'une carte in l'entreprise produit
 - a 10000 cartes

- **b** 100000 cartes
- (2) Le coût de la product on d'une carte si l'entreprise produit une infinité de cartes

Limite des fonctions trigonometriques

Unité (3)

3 - 4

Activité

Soit fun fonction telle que $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, on veut étudier les valeuss de x lorsque $x \to 0$ on x est mesuré en radian.

onconstruit un tableau pour étudier le comportement de la fonction

 $f(\tau) = \frac{\sin \tau}{\tau}$ lorsque τ tend vers 0.

x	1	0.01	0.001	- 	0		0.001	-0.01	10
6111 3	0.8415	0,9983		4		+		0.9983	0.8415

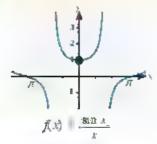
Du tableau précédent, on déduit Jum sin 3

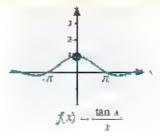




Si vest la mesure d'un angle en radians alors

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{4} = 1$$





Expression orale:

Si x est la mesure d'un angle en degrés, peut en trouvez lun sn 17 Justifiez votre réponse

Corollaire 1:

Allezapprendre



- · Emitede a fonction
- Limite de-a fonction tangente.

Vocabulaires de base



- Fonctions trigonométriques.
- Limite d'une fonction trigonomètrique

Aides pédagogiques



- Calculatrice scientifique
- · Logiciels de graphisme



R y a phesion's demonstration pour ce théoréire. Voir la roumériton: http://wath.snekexthange.com/questran/15L30

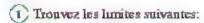


Exemple

b
$$\lim_{t\to 0} \frac{\tan 2t}{7s} = \frac{1}{7} \lim_{s\to 0} \frac{\tan 2t}{t} = \frac{2}{7}$$

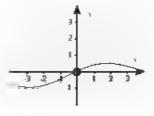
c hm sm 5 1 cos 2 1
$$\pm$$
 km sm 51 \times hm cos 2 \times 5 \times 1 5

La Essayaz do cásouden



Corollaire 2

Al aide de votre professeur démontre corollaire (2)



Exemple

12 | Trouvez les limites suivantes:

Solution

$$b \quad \lim_{r \to 0} \quad \frac{1 \cdot \cos r}{r^2} \times \frac{1 + \cos r}{1 + \cos r}$$

$$\lim_{t\to 0} \frac{1 \cos^2 t}{t^2(1+\cos t)} = \lim_{t\to 0} \frac{\sin t}{t^2(1+\cos t)}$$

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sin^2 t}{t^2} \cdot \lim_{t \to 0} \frac{1}{1 + \cos t} = (1)^2 \cdot \frac{1}{1 + 1} \cdot \frac{1}{2}$$



$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Escayez de resoudre

(2) Trouvez les limites suivantes:

a
$$\lim_{x\to 0} 6x^2 \csc 2x \cot x$$



Exemple

3 Trouvez les lumites suivantes

d
$$\lim_{\epsilon \to 0} \frac{\sin^2 3x}{5 e^2}$$

🐎 Salution

a
$$\frac{1}{2}$$
 $\lim_{x\to 0} \left(\frac{x^2}{x} - \frac{x}{x} + \frac{\sin x}{x} \right)$
 $\frac{1}{2}$ $\lim_{x\to 0} \left(x - 1 + \frac{\sin x}{x} \right)$
 $\frac{1}{2} \left(0 - 1 + 1 \right) = 0$

Divisant le numérateur et la dénominateur

par
$$x = \lim_{x \to 0} \frac{1 + \cos x}{\frac{\sin x}{x} + \cos x}$$

$$\lim_{t \to 0} (1 + \cos t)$$

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sin x}{x} + \cos t$$

$$\lim_{t \to 0} \frac{1 + \cos t}{x} = 2$$

Pasant 1 $\cos v = v$

Lorsque
$$x \longrightarrow 0$$
 alors $y \longrightarrow 0$

$$\lim_{y \to 0} \frac{\sin y}{y} = 1$$

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sin(t \cos t)}{t \cos t} = 1$$

d
$$\lim_{t\to 0} \frac{\sin^3 t}{5t^2}$$

= $\frac{1}{5} (\lim_{t\to 0} \frac{\sin^3 t}{t})^2$
= $\frac{1}{5} \cdot (3)^2$

📆 Essayaz da résoudre

(3) Tropyez les licrates survantes



Exercicas 2 - 4



Complétez ce qui suit:

- (1) am cos 3 1 =
- (3) lim tan t
- (s) lim tan 3,
- (7) am san #.
-) hm 3+11 cos 44
- (1) am 1. (1) tan 31
- (3) hm Sin 2.

- (2) Lm sn ? s
- (4) Lm 8n 7 1
- (6) $\lim_{x \to 5} \frac{\sin(x-5)}{3(x-5)}$
- (B) lim Sin ? :
- lim 1 cos t
- (3) ham 3 cose 2x =
- (14) am Sin? 1 tan 3 .

Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- im _mil , est égale à
 - a ()
- $b = \frac{1}{3}$
- **c** 1
- **d** 3

- lim tan 41 est egale à
 - a ()
- b 4
- **c** 1
- d 5

- (7) am sn? + 3 tan i est égale à
 - a I
- b 5
- C 5
- d f

- (8) Lm tan 2.1 est égale à
 - a 4/9
- b 1
- 0 ?
- d 4

- (1) .in sin i est égale a
 - a 1
- b 3
- c ;
- d 3

- am sin i est égale à
- où # est meatré en système degré

- a 1
- ь // 180
- a 180
- d A

Trouvez les limites suivantes:

- Bill 4 (21) lim St 1 .0
- tan 2x (23) am 1.40
- sin s (1 ops s) (25) hm 1 40
- RID . 27) Lm 0.40
- (1 cos² t) luna t -0
- E COS Y lim B111 3 4 1...0
- ham __1 cos (-la+l) W at
- hm (1 + cos t) × 1 cos t . .-0
- hm <u>sa 5,3 + sa 3 5,</u> 3 12 1-0
- Lm 213 41 gm 51 ₹" tan 3 .€ 1.0
- him han 24 +5 mm 3 x r_B 2an3 1-12n 51
- 1 008 3% (43) lim cos2 2x - 1 F 40
- tan 3 x 2 + sin 25 x hm 32 1 -0
- Lm sn (sn i) 1-0 5 mm r
- $\lim_{x \to \infty} x(\csc 2x \cot 3x)$ 1 40

- (22) am Bin (tan .
- 3/1 cos () 24) am 1.-0
- COS . IAU 1 l.m £ 1-0
- .m 1," 1-0
- COE : 1 lun E111 1 1-0
- l tan i um SIDE COS E 1-0
- t gent t t. 1-40
- tan 30 +am St l.m -- O
- lan (21 + sn 3 +)4 1.40
- am 1 cost + ant l cost sint 1-0
- · Lan 🧘 t im t + sin li 1-0
- 2 cos 3 x cos 4 x ווונ r-.0
- lum I cos 3 a r_0 cos25 r-1
- l.m t-0 cos + ()

Unité (3)

Existence de la limite d'une fonction en un point



Allez apprendre

- i Limite à gauche
- i umite à droite.



📢 V 🗪 bulaires de base

- Limite à gauche.
- umite à droite



Réfléchisony et discutez

Figure (1):

Représente la courbe de la fonction f telle que

$$f(x) \equiv \begin{cases} x + 1 & \text{si } x > 2 \\ 3 - x & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

- hm f(x)Etudiez l'existence de
- Etudiez l'existence de limf (1)

Est-ce que $\lim f(x) = \lim f(x)$? 1-3±

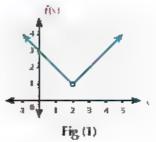


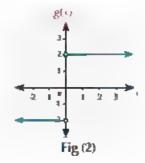
Figure (2):

Représente la courbe de la fonction f telle que;

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- Etudiez l'existence de lun g(v) 1 .0-
- Etudiez l'existence de $\lim_{x \to \infty} g(x)$ 1-0+

Est oc que $\lim_{t\to\infty} g(t) = \lim_{t\to\infty} g(t)$? r_0+ $-x\rightarrow 0$



Aides péckagogiques

- Calculatrice scienti Aque
- · Logicieis de graphisme

A apprendre

Limite à droite et limite à gauche

on dit que la limite d'une fonction f quand x tend vers a est égale à l' at et seulement și sa lumite à droite et à gauche quand x tend vers a sont égales à / où / ∈ R. Cela s'écrit par :

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \ell \text{ si et soulement si } : f(a^{i}) = f(a^{i}) = \ell$$
où

$$f(\mathbf{a}^+) = \lim_{\mathbf{r} \to \mathbf{a}^+} f(\mathbf{r})$$

$$f(\mathbf{a}) = \lim_{t \to 0} f(t)$$

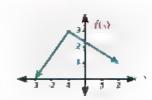
Fig (1)

I(s)

Exemples illustratifs

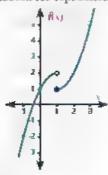
Dans la figure ci-contre, on remarque que

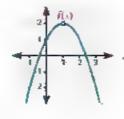
b Dans la figure ci-contre, co remarque que :

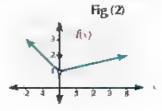


Essayez de résendre

Etudiez les représentations graphiques suivantes pour trouver







$$c$$
 , $m f(t)$

$$a$$
. In $f(v)$

,
$$c$$
 , $\lim_{x \to 0} f(x)$



Exemple

C Selution

1 Trouvez la limite de la fonction f telle que f(x)

$$\begin{cases} 1 & \text{sit} < 0 \\ & \text{lorsque} \ 1 = +0 \end{cases}$$

En redefinissant la fonction

$$f(x) = \begin{cases} (x & 0) & 1 \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & 2 \leq x \leq x \leq 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} v & 1 & \text{pour tout} \quad x < 0 \\ 1 & \text{pour tout} \quad x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} (x^2 + 1) -1$$

$$f(0^+) = \lim_{\lambda \to 0^+} -1 = -1$$
 : $f(0^+) = 1$

$$\therefore \lim_{x\to 0} f(x) = 1$$

Escayez de résendre

(2) Soit
$$f(x) = \begin{cases} x - 3 & x \neq 3 \\ 2 & x = 3 \end{cases}$$

Trouvez han f(x) (si cola est possible)

Exemple

12 | Etudiez l'existence de la lumité de la fonction / tellé que

$$f(\tau) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{Si } x < 0 \\ y + \tan x & \text{Si } x \ge 0 \end{cases}$$

$$\text{Iorsque } x \Rightarrow 0$$

O Solution

$$f(0) = \lim_{x \to 0^{+}} f(x) = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{x^{2} + 1}{x^{2}}$$

$$\lim_{x \to 0^{+}} \frac{x + \tan x}{3x + \tan x} = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{1 + \tan x}{3x + \tan x} = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{1 + \tan x}{3x + \tan x}$$

$$\frac{1 + 1}{3 + 2} = 2$$

$$f(0) = f(0^{+}) = 2 \qquad \therefore \lim_{x \to 0^{+}} f(x) = 2$$

Essayez de résesére

3 Emdiez l'existence de la limite de la fonction florsque $t \longrightarrow \mathcal{H}$ telle que;

$$f(t) \begin{cases} \sin t = -\pi \\ x - \pi \end{cases} = \sin t > \pi$$

$$\cos t \qquad \sin t < \pi$$

Exemple

3 · Etudiez l'existence de la limite de la fonction f telle que $f(x) = \sqrt{x-1}$ quand x = -1

Solution

$$f(x)$$
 La fonction f'est définie pour $x \mid 1 > 0$

l'ensemble de définition de
$$f(x)$$
 est $[1 + \infty]$

$$f(1)$$
 n'est pas définie car la fonction n'est pas définie à ganche de 1 $f(1)$ n'a pas de limite quand $f(2) = 1$

Essayez de résoudre

Etudiez l'existence de la limite de la fonction f telle que
$$f(x) = \sqrt{3-x}$$
 quand $x = -3$

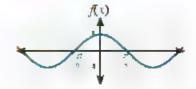


Exercices 3 - 6

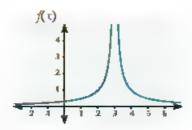


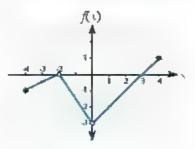
Complétez ce qui suit :

- 1 Dans la figure ci-contre :
 - lum /(1) . t...0:
 - $\lim_{t\to 0^+} f(x) :$



- (2) Dans la figure ci contre :
 - dum f(x) x-3-
 - 1m f(v) 1-3"
- 3 Dans la figure ci-contre :
 - a 'lim f(t) 1-02
 - lim (t) 2-40
 - lim f(r) 1-4-1
 - lim (t) x-4
 - dum f(x) 144





(4) La fonction f'est définie sur lé telle que f(s)

- dim f(x) -r_0

(5) La fonction f'est définie sur K telle que f(x)

lun ((x) :

🚺 La fonction f'est définie sur 🏿 telle que f(x) 🛎

ii τ>0

si t ≤ 0

hm f(x) : 1 -- 0 A

b
$$\lim_{x\to 0} f(x)$$

Etudiez la limite de chacune des fonctions suivantes (si elle existe):

- (7) $\lim_{x\to 3} f(x)$ où f définie par f(x) $\begin{cases} 2x & \text{si } x < 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$
- (B) $\lim_{x \to 3} f(x)$ où f défimé telle que $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 3 \\ 3x + 1 & \text{si } x \ge 3 \end{cases}$
- (9) $\lim_{x\to 0} f(x)$ où f definié telle que $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < -0 \\ 3x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$
- $\lim_{t\to -\frac{1}{t}} f(x) \text{ où } f \text{ définié toile que } f(x) \qquad \begin{cases} 2 + 1 & \text{si } x < 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$
- Trouvez la valeur de m pour que la fonction f telle que

$$f(t) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2}{|x-1|} & \text{si } x < 1 \\ 6x - 3 & \text{m. si } x > 1 \text{ admette the limits quand on } x = 1. \end{cases}$$

- Eindiez l'existence de la limite de la fonction f quand $f(\tau)$ τ \longrightarrow π telle que sont f une fonction telle que $f(\tau) = \begin{cases} \frac{2\sin \tau}{\pi \tau} & \text{si } \tau < \pi \\ 1 + \cos \tau & \text{si } \tau > \pi \end{cases}$
- (3) Sort has f(x) = 7 telle que $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3m & \text{si } x < 2 \\ 5x + k & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Trouvez la valeur de m et k

(4) Trouvez la valeur de k pour que la fonction fadmette $f(v) = \begin{cases} v^2 + k & \text{si } v = 1 \\ v + 4 & \text{si } v > 1 \end{cases}$

ting himite on r · 1.

(5) Etudiez l'existence de la limite de la fonction f lorsque f(τ) τ → 0 telle que ,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5x + \tan 2x}{6x + \sin x} & \sin x > 0 \\ \cos x & \sin x < 0 \end{cases}$$

(14) Etudiez l'existence de la limite de la fonction telle que

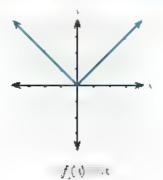
$$\begin{cases}
3 & \text{si} = \pi < \tau < 0 \\
\tan \tau & 3 \\
3 \cos x & \sin 0 < \tau < \frac{\pi}{3}
\end{cases}$$

- a lorsque $x \to \frac{-\pi}{3}$ b lorsque $x \to \frac{\pi}{3}$ c lorsque $x \to 0$
- (7) Emdiez l'existence de la limite de la fonction f telle que $f(x) = \frac{1}{x-2}$ torsque x-2

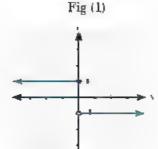
Continuité



Observez les figures sulvantes. Que remarquez vous?









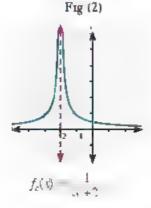


Fig (4)

sur un nierval e

Fig (3)

Dans les figures (1) et (2), on remarque que la courbe de chacune des deux fonctions est continue en tout point de son ensemble de définition. Dans les figures (3), on remarque que la courbe de la fonction est discontinue au point d'abscisse x =

Dans les figures (4) on remarque que la courbe de la fonction est discontinue au point d'abacisse t =

De ce qui précède, on déduit que la fonction f'est continue au point d'abscisse : - a a la courbe de la fonction n'est pas coupée en ce point. et la fonction f'est discontinue au point d'abscisse 🖙 a si la courbe de la fonction est coupée en ce point

Allez apprendre

- · Continuité d'une fonction en un point
- · Continuité à une fonc tion sur un intervalle

Vocabulaires de base

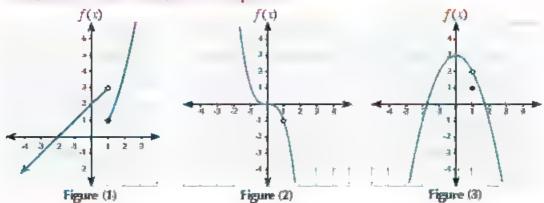


- · Continuité d'une fonction
- · Continuité en un point
- · Continuité d'une fonction

Aides péda gogiques

- · Calculatrice scientifique.
- Lögiciets de graphisme.

Continuité d'une fonction en un point:



Observez les figures précédentes puis calculez $\lim_{t\to I} f(t)$ et f(1) s'ils existent

Dans la figure (1)
$$\lim_{t\to 1^+} f(t) = 1$$
 si $\lim_{t\to 1} f(t) = 3$ donc $\lim_{t\to 1} f(t)$ n'existe pas tandis que $f(t) = 1$

Dans la figure 2):
$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = 1$$
 si $\lim_{x\to 1^+} (x) = 1$ done $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -1$, $f(1)$ est indéfine.

Dans la figure (3):
$$\lim_{t \to 1^+} f(t) = 2$$
 si $\lim_{t \to 1^-} (t) = 2$ donc $\lim_{t \to 1^-} f(t) = 2$ tands que $f(1) = 1$
C'est-à-clire que $\lim_{t \to 1^-} f(t) \neq f(1)$

On voit que la fonction f dans les trois figures précédentes est discontinue en $\chi=1$. A partir des observations précédentes, essayez de deduire une définition de la continuité d'une fonction en un point.



Une fonction fest continue en 1 - a si elle vénfie simultanément les conditions suivantes

Exemple Continuité d'une fonction en un point

Emdiez la continuaté de la fonction
$$f$$
 telle que $f(x)$

a en $x = 0$

b en $x = 1$
 $\begin{cases} x & \text{si } x \leq x \\ x + 1 & \text{si } x > x \end{cases}$

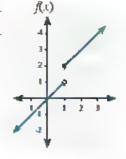
🔷 Solution

Etudiez la Contimuté de la fonction en n= 0

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{t \to 0} x = 0,$$

$$f(0) = 0 \qquad \text{alors } \lim_{t \to 0} f(t) = f(0)$$

Alors la fouction est continue en \(\tau \)



b Etude de la continuité de la fonction en r= 1

On remarque que la règle de la définition de la fonction à droîte du point 🔻 1 est différente de celle de gauche. Pour cela, ou cherche de l'existence d'une limite à droite et d'une limite à ganche en v=1

$$f(1^+) \stackrel{\triangle}{=} \lim_{t \to 1} (x+1) = 2, f(1) \stackrel{\triangle}{=} \lim_{t \to 1} x-1$$

Cela vent dire que: $f(1^*) \neq f(1^*)$ est consition suffisante pour que f ne soit pas continue en x=1 La figure indique la non continuite de f en x=1

Essayez de résoudre

(1) Montrez que la fonction f telle que f(v) $\begin{cases} 4v & 1 & \text{si} & x \leq 1 \\ v^2 + 2 & \text{so} & v > 1 \end{cases}$ est continue en v = 1

Vérifie la continuité d'une fonction en un point

2 Etudiez la continuité de chacune des fonctions définies ci-après au point donné

a
$$f(x) = \frac{x+3}{x-2}$$
 on $x=2$, $x=3$

Solution 🌎

i) Etude de la continuité de la fonction en τ 2

Thensemble de définition | R | {2} f(x) est indefine en x=2

f(t) n'est pas continue t=2

ii) Etude de la continuité de la fonction en s = 3

$$(3): \frac{3+3}{3+2} = 6$$

.
$$\lim_{t\to 3} f(t) = f(3)$$

🚵 Done la fonction est confinue en 🕫 3

b On redefine la fonction
$$f(x)$$

$$\begin{cases}
8 & x & \text{si } t > 3 \\
t + 2 & \text{si } t < 3
\end{cases}$$

$$f(3) = 5, f(3) = \lim_{x \to 3^+} (8 \cdot x) = 5, f(3) = \lim_{x \to 3^-} (x + 2) = 5$$

:
$$\lim_{x \to 3} f(x) = 5$$
 Le: $f(3) = \lim_{x \to 3} f(x)$

. Pour cela, la fenction est continue en v 3

Essayer de résoudre

Etudiez la continuité de chacune des fonctions définies et après au point donné.

a
$$f(x) = \frac{x^2-4}{2}$$
 on $x = 1$ et on $x = 2$ | b, $f(x) = 3 - x = 2$ on $x = 2$

1 b.
$$f(x) = 3 \cdot x = 21$$
 on $x = 2$

Redéfinir une fonction pour qu'elle soit continue (si cela est possible)

🚹 Exemple

3 Redéfinir la tonchon f pour qu'elle soit continue en 1 3, si cela est possible.

$$b' f(i) = \begin{cases} f^3 + 2x & \text{si } x > 1 \\ 5x - 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

Colution

Pour que la fonction f soit continue en i 1 il raut avoir lum f(i) f(1)

$$\lim_{t \to 3} \frac{(x-1)(x+3)}{x-1} = \lim_{x \to 1} (x+3)$$

d'où:
$$\lim_{x\to 1} f(x) = 4$$

Donc on peut redéfinir la fonction f pour qu'elle soit con tenue par est

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} & \text{st } x \neq 1 \\ 4 & \text{st } x = 1 \end{cases}$$

b Four que la fouction f soit continue en t 1 d'taut avoir f(1) lim f(t)

$$2.f(19) = \lim_{x \to 1} (x^3 + 2x) = 1 + 2 \times 1 = 3.f(1) = \lim_{x \to 1} (5x + 1) = 5 + 4$$

 $T(1) \neq f(1)$ la fonction n'a pas de limite en $x \rightarrow 1$

pour cels on ne peut pas redéfinir la fonchén pour qu'elle soit continue en x=1

Essayaz de résendre

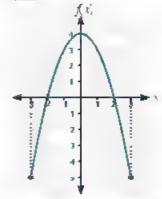
(3) Soft fune fonction telle que $f(x) = \frac{(-5x+6)}{(-3)}$. Redéfinissez la fonction f pour qu'elle soft continue en x =3 a cela est possible

Montrez que la fonction f telle que $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 15}{1 - 3}$ arest pas continue en x = 3puis trouver la valeur de h pour que $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 15 \\ x + 2x - 15 \end{cases}$ at $x \neq 3$ sort continue h + 1 at x = 3soit confinte en (3

Continuité d'une fonction sur un intervalle

La figure or-contre représente une fonction f telle que f(x) = 4 x^2 sur l'intervalle [3, 3]. Pour que la fonction f soit continue sur l'intervalle [3, 3] il faut qu'elle soit continue en tout point de cet intervalle

C'est-à-dure pour tout x hm f(r) -f(a) pour tout a ∈]-3 3[



De ce qui précède, nous pouvous trouvez la définition suivante-



Soit f(x) une fonction define sur [a, b].

La fonction f'est continue sur [a, b] Si:

1- f(x) est continue sur]a, b[

2-
$$\lim_{x\to b^+} f(x) = f(a)$$
 et $\lim_{x\to b^+} f(x) = f(b)$

A lide de la definition précédete et les formules des limite on peut montrer quelques fonction continues:

- 1- Fonction polynôme; est continue sur R on sur son ensemble de définition.
- 2- Fonction rationnelle; est continue sur R privé de l'ensemble des zéros de dénominateur
- 3- Fonctions sinus et cosinus; sont continue sur R.
- **A.** Fonction tangents: $f(x) = \tan x \operatorname{cst} \operatorname{continue} \operatorname{sur} R = \{x : x = \frac{\pi}{2} + n\pi\}, n \in \mathbb{Z}$



Example

(4) Etudiez la continuité de la fonction f sur [0; +==[telle que

Soit
$$f$$
 un fonction $f(x) =\begin{cases} \sin x - \cos x & \text{si } 0 \le x \le \pi \\ \cos 2x & \text{si } x > \pi \end{cases}$



f(v) La fonction f est définie sur l'intervalle $[0 + \infty]$

Pour étudier la continuite de fonction, on étudie sa continuité sur des intervalls précis des son ensemble de définition aux bornes de ces intervalls

- à droite du zéro.
- 1) $f(x) = \sin x \cos x$ est continue sur [0]; $\pi[$

De même $f(v) = \cos 2x$ est continue sur $]\mathbb{Z} : +\infty[$

2) $f(0) \sin 0 - \cos 0 = 1$, $\lim_{t \to 0} (\sin t \cos t) - 1$

Dour: $f(0) = \lim_{t\to 0^+} f(t)$ d'où la fonction est continué à droite en t=0

3) On étudie la continuité en x = x

$$f(\pi) - \sin \pi - \cos \pi = 1$$

$$f(\pi^+) = \lim_{t \to \pi^+} (\sin x - \cos x) + 1, f(\pi^+) = \lim_{t \to \pi^+} \cos 2x = 1$$

$$f(\pi^+) = f(\pi^+)$$
, $f(\pi) = 1$, $f(\pi^+) = f(\pi^+) = f(\pi)$

∴ La fonction est continue en v = π De (1), (2) et (3) la fonction est continue sur [0, +∞]

☐ Eccayoz de résoudre

(5) Etudiez la continuité de la fonction fielle que

$$f(t) = \begin{cases} 1 + \sin x & \text{si } 0 \le x < \frac{\pi}{2} \\ 2 + (x - \frac{\pi}{2})^2 & \text{si } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Exemple:

(5) Etadiez la continuité de chacune des fonctions su vantes

$$= f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$(\mathbf{d} f(x) = \frac{\tan x}{x^2 + 1}$$

O Solution

b
$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{1 + 4}$$
 est une fonction rationnelle son ensemble définition **R** (4) les zéros de dénominateur (4)

Done la fonction est continue sur 및 〈 4}

$$\sigma f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{x^2 - 1}$$

sin vet cos v sont deux fonctions continues sur 🏨 la fonction de dénominateur (🔻 1) est continue sur le et les zéros de dédominateur 🤫 [1,1]

La fonction est continue sur 🖺 (-1, 1)

d
$$f(x) = \frac{\tan x}{x^2 + 4}$$

La fonction du numérateur tan c'est continue sur $\mathbb{R} \{x \mid x = \frac{\pi}{2} + n \pi \mid n \in \mathbb{Z}\}$

La touction du dénominateur $x^2 + 4 \ge 0$ pour toutes les valeurs de x, il n'existe pas de zéros pour le dénominateur

C'est-à-dire que la fonction est continue sur $\mathbb{R} \{x \mid x = \frac{\pi}{2} + n \pi, n \in \mathbb{Z}\}$

st f, et f, deux fonc-

tion définie sur R.

1- f₁ ± f₂ est continue sur R

 $2 f_1 \sim f_2$ est continue sur R

sur R - privé de

l ensemble des zéros de dénomi-

pateurs.

3. In est continue

alors

Essayez de résoudre

(6) Etudiez la continuité de chacune des fonctions suivantes

$$g \quad f(x) = \frac{x^3 + 1}{\sin x}$$

$$\mathbf{d}_{\mathbf{f}}(\mathbf{t}) : (x + 1)\cos x$$

Activite

(7) En lien avec la chimie

Dans the expérimentation chimique the taux de réaction est donné par la fonction g telle que $g(x) = \begin{pmatrix} 0 & t \\ x + 1 & t \end{pmatrix}$ ou t est la contentration de la solution

C'herchez sur les sites internet des expérimentation qui peuvent être représentées par cette fonction

- a En utilisant un logiquel de graphisme représentez graphiquement la fonction
- b Budiez la continuté de la fonction f

Exemple

• 6 Montrez que la fonction f telle que $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ est continue sur R

O Solution

Lorsque $\vec{r} + \epsilon + 1$ est positive pour toutes les valeurs $x \in \mathbb{R}$

Ou
$$x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{x})^2 + \frac{3}{4}$$

Complétant le carrés

'. x + x + 1 est positive pour toutes les valeurs x e 🗷

$$\therefore f(x) \cap (\sqrt{x^2 + x + 1})$$

est définie pour toutes les valeurs $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$

$$f(a) = \sqrt{a^2 + a + 1}$$

$$f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$$
 pour tout $a \in \mathbb{R}$

f(t) est continue sur \mathbb{R}

Essayez de résoudre

(8) Etudiez la continuté de la fonction f teue que $f(x) = \sqrt{x+2}$ sur son ensemble de définition



Exercices 3 - 6



Etudiez la continuité de chacune des fonctions suivantes aux points d'abscisses donnés :

(1)
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \le 1 \\ 3x, & x > 1 \end{cases}$$
 en

(1)
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \le 1 \\ 3x, & x > 1 \end{cases}$$
 on $x \to 1$ (2) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \le 2 \\ 2x + 1, & x > 2 \end{cases}$ on $x = 2$

(3)
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 2, & x \le 3. \\ x^2 - 2x + 1, & x > 3. \end{cases}$$

(3)
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 2, & x \le 3, \\ x^2 - 2x + 1, & x \ge 3 \end{cases}$$
 on $x = 3$ (4) $f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < 2, \\ 1, & -2 \le x < -1, \\ 2x + 3, & x \ge 1, \end{cases}$

(3)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4}, & x < 2 \\ 1 = \frac{3}{x^2}, & x > 2 \end{cases}$$

(3)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} & x < 2 & \text{en } x > 2 \end{cases}$$
 en $x > 2$ (6) $f(x) = \begin{cases} 1 & \cos x \\ x & x > 0 \end{cases}$ en $x = 0$

Etudiez la continuité de chacune des fonctions suivantes sur $\mathbb R$

$$(7) f(x) = x^3 \cdot 2x^2 + 1$$

(a)
$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

(a)
$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$
 (b) $f(x) = \frac{3x + 2}{x^2 + 2x}$

(i)
$$f(x) = \frac{2 \cdot x + 3}{x^2 - 2x + 15}$$
 (i) $f(x) = \frac{x}{|x| + 2}$ (2) $f(x) = \frac{1 \cdot x + 2}{(x + 2)^2}$

(2)
$$f(x) = \frac{1x+2}{(x+2)^2}$$

(3)
$$f(x) = \sin x \cdot 3 \cos (x + 1)$$
 (4) $f(x) = x^2 + \cos^2 x$ (5) $f(x) = x^3 \sin 2x$

$$(15) f(x) = x^3 \sin 2x$$

(1)
$$f(x) = \tan^2 x - 1$$

(17)
$$f(x) = \frac{\sin^{-2} x + \cos x}{e^{2} \cdot 0}$$
 (18) $f(x) = \frac{\tan x}{e^{2} \cdot 0}$

$$f(x) = \frac{\tan x}{x^2 - 9}$$

Etudiez la continuité de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle donné :

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
5 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
5 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
2 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
4 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
4 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
4 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
4 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
4 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
4 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
4 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
4 & f(x)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
1 & f(x) \\
4 & f(x)
\end{cases}$$

sur l'autervalle]
$$\frac{\pi}{4}$$
, $\frac{\pi}{4}$ [

(a)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^6 + 1}{x^3 + 1}, & 4 < x < 1 \\ 3x = 1, & 1 \le x < 4 \\ x^2, & 4 \le x < 6 \end{cases}$$

sur l'intervalle] - 4, 6]

Trouvez la valeur de a dans chacun des cas suivants si :

(3)
$$f(\tau) = \frac{\tau + 3}{\tau^2 + 8\pi + 9}$$
 est continue sur \mathbb{R}

(22)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x+3)^4 - 81}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$$
 est continue sur \mathbb{R}

Trouvez la valeur de b et c dans chacun des cas suivants si :

(2)
$$f(t) = \begin{cases} x \neq 1 & \text{si} \quad 1 < x < 3 \\ t^2 + b \cdot x + c \cdot \text{si} \quad x \in \mathbb{R} \quad]1,3 \end{cases}$$
 est continue sur \mathbb{R}

(24)
$$f(x) = \begin{cases} x + 2b & \text{si} \quad x < -2 \\ 3bx + c & \text{si} \quad -2 \le x \le 1 \\ 3x - 2b & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$
 est continue sur \mathbb{R}

Redéfinissez chacune des fonctions suivantes pour qu'elle soit continue au point donné (si cela est possible) :

$$\text{(2) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si. } x > 2 \\ x^2 + 4 & \text{si. } x < 2 \end{cases} \text{ on } x = 2$$

(26)
$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 - \cos x & \text{si } x > 0 \\ 5x & \sin x < 0 \end{cases}$$
 each 0

(27)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x+3)^{20} + (x+3)}{x+3} & \text{si} \quad x > 3 \\ \cos(3+i) & \text{si} \quad x < 3 \end{cases}$$

(28)
$$f(x) = \frac{x^2 + 6}{x^3}$$
 en $x = 3$

29 Trouvez la valeur de e pour que la fonction f soit continue en 🔻 e où

$$f(\tau) = \begin{cases} 2 & \varepsilon^2 & \text{so } \tau \leq \sigma \\ x & \text{so } \tau > c \end{cases}$$

Résumé de l'unité

1) L'ensemble des nombres récis prolongé 🔣 🔞 🗸 (🙉 ; +∞).

幕 手99 中 ②元元十00

$$d + \infty \times g = \begin{cases} -\infty, & \sin x < 0 \\ +\infty, & \sin x > 0 \end{cases} - \infty \times g = \begin{cases} +\infty, & \sin x > 0 \\ +\infty, & \sin x < 0 \end{cases}$$

- Si la valeur de f tend vers une valeur unique l quand v ==== a à gauche et à droite, alors $\lim_{t \to \infty} f(t) = \ell$ qui se lit limite f(t) quand t tend vers α est égale à ℓ .
- fonction est definie en x = a Réciproquement, une fonction est definie en x = a ne signific forcement pas que la fonction admet une limite lorsque $x \longrightarrow a$.
- $\lim_{n \to \infty} (c_n x^n + c_{n+1} x^{n+1} + \dots + c_0) = c_n x^n + c_{n+1} x^{n+1} + \dots + c_0.$
- 5) Si f(x) = g(x) pour tout $x \in \mathbb{R}$. {a} et $\lim_{x \to a} g(x) = \ell \text{ alors} \quad \lim_{x \to a} f(x) = \ell$
- 6) Si $\lim_{x\to a} f(x) : \ell$, $\lim_{x\to a} g(t)$ malors:

 $\lim_{x \to \infty} a_x f(x) = a_x \ell \quad \text{où } c \in \mathbb{R} \qquad \text{b. } \lim_{x \to \infty} [f(x) \pm g(x)] = \ell \pm m$

 $g = \lim_{x \to \infty} f(x) \cdot g(x) = \ell \cdot m$

d $\lim_{t\to a} \frac{f(t)}{g(t)} = \frac{A}{m}$ où $m \neq 0$

e $\lim_{t\to a} (f(t))^n = f^n$ où $L^n \in \mathbb{R}$ f $\lim_{t\to a} \sqrt[n]{f(t)}$ $\sqrt[n]{f(t)}$ où $\sqrt[n]{f(t)}$

Quelques theorèmes et corollaires des limites:

a him A' a' a na -i

 $(b = \lim_{k \to a} \frac{(x+a)^k - a^k}{2} = na^{k+1}$

Limite d'une fonction à la infini.

 $b \quad \lim_{h \to +\infty} \quad \frac{a}{a} = 0 \quad \{où \ n \in \mathbb{R}^n, a \text{ constant}\}$

c 1.m e e, où e constant, si n'est un nombre entier positif, alors 1 m + o

- 9) Pour trouver où f(x) et g(x) sout des fonctions polynômes, alors $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$
 - 2 La lumite est égale à un nombre réel non nul si le degré du numérateur degré du dénominateur
 - b La limite est égale à zéro si le degré du numérateur < degré du dénommateur.
 - c La limite est égale à + +00 si le degré du numérateur degré du donominateur.
- 10) a $\lim_{t\to a} \sin x \sin a$, où $a \in \mathbb{R}$, $\lim_{t\to a} \cos x \cos a$ où $a \in \mathbb{R}$
 - b lum tau x tau a où a est un nombre réel, a $\notin \frac{\pi}{2} + n\pi$ pour tout $n \in \mathbb{Z}$
 - Si x est un angle mesuré en radians, alors: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$
 - d $\lim_{t\to 0} \cos x = 1$, $\lim_{t\to 0} \frac{1 \cos x}{x} = 0$
- 11) La lumite de $f(\tau)$ lorsque τ tend vers a est égale à / si et soulement si, la limite à droite et la limite à gauche de la fonction quand τ tend vers a sont égales et chacune d'elles est égale à /

On la note $\lim_{x\to a} f(x) = \ell$ si et seulement si $f(a^{*}) = f(a) = \ell$ où.

- a f(a*) : him f(x) , f(a) = him f(x)
- 12) La fonction f est continue en x = a si les conditions suivantes sont sumultanément vérifiées .

a tim f(x) existe th f(a) existe

- lum f(x) f(a)
- 13) Si f(i) est définie sur l'intervalle [a, b], alors la fonction f(i) est continue sur l'intervalle [a, b] si.
 - a La fonction f(v) est continue sur l'intervalle]a , b[

b $\lim_{t\to a^+} f(t) f(a)$ 12. $\lim_{t\to b^+} f(t) - f(b)$

- 14) Quelques formes des fonctions continues:
 - 🛡 La fonction polynôme est continue sur 🎖 ou sur son ensemble de définition
 - D Les fonctions de sinus et de cosmus sont continues sur R.
 - O La fonction de la tangente $f(\tau)$ itan τ est continue sur $\frac{1}{N}$ { τ : τ $= \frac{17}{2} + n\mathcal{H}$, $n \in \mathbb{Z}$ }



Exercices généraux



Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

(3) km (√1 #3)

$$(6, \pi, 6\pi, 0)$$

(5)
$$\lim_{t \to 1} \frac{1}{t+1} = \frac{1}{2}$$

($\frac{5}{7}, \frac{1}{7}, -1, -5$)

$$2 \lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{3x}$$

$$(2, 3, \frac{2}{3}, \frac{3}{2})$$

$$(4, \frac{5}{3}, 0, 6_{3})$$

Trouvez les limites suivantes s'il existe:

$$(7)$$
 $\lim_{t\to 1} \frac{t}{t}$

(7)
$$\lim_{t \to 1} \frac{t}{t^2 + t^2}$$
 (8) $\lim_{t \to 1} \frac{t}{t^2 + 10t + 25}$ (9) $\lim_{t \to 1} \frac{t^2 + 2t + 1}{t^2 + t^2 + 2}$

(12)
$$\lim_{t \to 5} \frac{(t-3)^3 - 32}{t^2 - 5 \cdot t}$$

(3)
$$\lim_{t \to 1} \frac{1^4 \sqrt{t + 15}}{1 \cdot t}$$
 (4) $\lim_{t \to 0} \frac{\sqrt{25 + 5}}{\sqrt{1 + 1}}$ (5) $\lim_{t \to 0} 8 \cdot \frac{3}{3} \sin t$

(iii) Si
$$f(x) = \begin{cases} x-1 \\ 3 \neq 7 \end{cases}$$

(18) Si $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \le 3 \\ 3 \neq 7 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ tronvez la valeur de:

$$0$$
, $\lim_{x\to 3} f(x)$

(2)
$$\lim_{t\to+\infty} \frac{3t^{-1}+5}{7+9t^2}$$

(3)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2}{3} - \frac{3x}{2x+7} \right)$$
 (4) $\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3}{\sqrt{4x^2+7}}$

(24)
$$\lim_{X\to +\infty} \frac{5r^3}{\sqrt{4r^2+7}}$$

$$26 \lim_{t\to +\infty} (\sqrt{t+1} \cdot \sqrt{t})$$

(2)
$$\lim_{k \to \frac{\pi}{2}} \frac{2k}{\cos k}$$

33) Soit
$$f(x) =\begin{cases} 3x & \text{si } x < 0 \\ \sin x & \text{etudiež 1'existence } \lim_{x \to 0} f(x) \end{cases}$$

34) Soit
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x+1)}{x-1} & \sin x = 1 \\ \tan \frac{\pi}{4} & \sin x < 1 \end{cases}$$
 etudiez l'existence $\lim_{x \to 1} f(x)$

(35) Trouvez la valeur du constant a pour que la fonction f admette une limite lorsque (... + 0

$$\begin{array}{ll}
\operatorname{coi} f(\tau) & \begin{cases}
a + \cos \tau & \text{si } \tau < 0 \\
\tan 2s & \text{si } \tau > 0
\end{cases}$$

- 36 Etudiez la continuité de la fonction f telle que f(t) 5 + t 3 en t 3
- (37) Sont f telle que $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{-x+3} 2}{x^2 1} & \text{ss } x \neq 1 \\ k & \text{sn } x = 1 \end{cases}$ trouvez la valeur de k pour que la fonction sont continue en x = 1fonction soit continué en n= L
- Redéfinissez la fonction f, si cela est possible, telle que $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x & \text{sn } i = 1 \\ 5x 1 & \text{sn } i \leq 1 \end{cases}$
- 39) Soit f telle que f(x) $\begin{cases} \cos^{\frac{n}{2}} x 1 & \text{si}_{x} x \neq 0 \\ k & \text{si}_{x} x = 0 \end{cases}$ trouvez la valeur de k pour que la fonction soit continue en v 0
- (40) Etudiez la continuité de la fonction f telle que

$$f(v) = \begin{cases} 1 + \sin x & \sin 0 < v < \pi \\ 1 - \cos 2x & \sin x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$
 say \mathbb{R}

$$41) \text{ So la fonction } f \text{ telle que } f(x) = \begin{cases} 4\pi & \sin x < 1 \\ 3\pi & 1 < x < 3 \\ 2\pi & \sin x > 3 \end{cases}$$

est containe sur 18 trouvez les valeurs de a et b?



Épreuve cumulative



Complétez ce qui suit:

$$\frac{4}{\pi}$$
 $\frac{\cos \pi}{\pi}$

(B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{5x} =$$

(9)
$$\lim_{L\to +\infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{4 + 3x^2}$$

Trouvez les limites suivantes s'il existe:

(13)
$$\lim_{x\to -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 9}$$

(is)
$$\lim_{x \to -1} f(x)$$
 où $f(x) = \frac{x^2 + x}{x + 1}$

(i)
$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} f(x) \cos f(x) = \begin{cases} \cot x & \text{so } x \\ \frac{\pi}{2} \cdot 2x & \text{so } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Etudiez la continuité de chacune des fonctions suivantes:

$$(37)f(1) = \begin{cases} 1 & 4 \\ 1 & 2 \\ \sin(\pi + 1) & \sin x \neq 2 \end{cases}$$

(13) Soit fune fonction telle que
$$f(x) = \begin{cases} x & 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \le x \le 2 \end{cases}$$
 Tronvez at $x > 2$

Trouvez les valeurs de a pour que
$$\lim_{t\to 1} f(t)$$
 existe où $f(t) = (\frac{1}{x-\frac{1}{2}}, \frac{a}{x^2-1})$

Calculez les limites suivantes:

(3)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3 - 2x^2 + 1}{1 - 5x}$$

4
$$\lim_{X \to +6} \frac{\sqrt{e^2 + 2}}{3k - 6}$$

(6)
$$\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{-x^2 - 3x} - x)$$

(7) Étudio y la continuité de chaquire des femetions définies et dessous suivantes aux points indiqués

a
$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \le 4 \\ 7 + \frac{6}{3} & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

$$\mathbf{b} = \int \{\lambda\} = \begin{cases} 1 & \sin x & \sin x > 0 \\ \frac{x}{\sin x} & \sin x < 0 \end{cases} \quad \text{on } x = 0$$

$$\sup_{x > 0} x > 0$$

(a) Si
$$f(x) = \begin{cases} 1 \text{ s.l. } x \neq 4 \\ 1 \text{ si } x = 4 \end{cases}$$

(a) Si
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \neq 4 \\ 1 & \text{si } x \neq 4 \end{cases}$$
 or $g(x) = \begin{cases} 4x & \text{10 si } x \neq 4 \\ -6 & \text{si } x \neq 4 \end{cases}$

Etudiez la continuité de chacune des fonctions suivantes en y = 4

$$e \in f(x) \cdot g(x)$$

e.
$$g(x) - 6f(x)$$

(9) Trouvez la valeur de k pour que la zonction définie en après soit continue sur $\mathbb R$

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 2 & \text{si } x \le 1 \\ -k x^{\frac{1}{2}} & \text{si } y \ge 1 \end{cases}$$

(10) Trouvez la valeur de la et re pour que la fonction définie or apres soit continue sur R.

$$f(x) \begin{cases} x^2 + 5 & \text{si } x \ge 2 \\ m(x + 1) + k & \text{si } 1 < x < 2 \\ 2x^3 + x + 7 & \text{si } x \le 3 \end{cases}$$

(i) Eluchez la confincité de la fonction f telle que:

⇒ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$ sur son ensemble de définition

b
$$f(x) = \frac{x+1}{4x-2}$$
 sur **R**



Introduction de l'unité

Le trigonomètre est l'un des branches des mathématiques dont les pharaons sont des premiers qui le sont utilisé. Ils sont utilisés les règles ingonométriques pour trouver des relations liant les longueurs des cotés d'un triangle par les mesures de ses angles. Ils ont également créé une méthode pour élaborer les tableaux des anus dans le triangle. Nous algualons ici que le mathématicien Leonhard Euler (1707-1783) qui a presenté une nouvelle expression des fonctions trigonométriques. Il a également presenté beaucoup des symboles qui sont utilisés dans les problèmes de mathématiques présentés actuellement à nos étudiants dans les écoles et les universités. Dans cet unité nous allons étudier les règles qui relient les longueurs des potés d'un triangle par la mesure de ses angles.

Compétences attendues de l'unité

Après l'étude de l'unité, il est prévu que l'élève soit capable de :

- # Déduire la loi de satus dans un triangle dont l'énoncé est «Dans tout triangle, les longueurs des nôtés sont proporbonnelles aux sams des angles apportés»
- Utilisée la loi de saus pour trouver les longueurs des côtés d'un triangle
- Utiliser la for de anus pour trouver és mesures des angres d'un triangle (Il y a deux solutions pour un angle mominu.
- Déduire la relation entre la lor de anus dans un triangle et la

- longueur du rayon du cerole orronnemt au trangle et utiliser
- d cette relation pour résoudre des exercices variés
- dentifier et déduire la loi de commus dans ,in triangle
- Unless la lou de commus pour mouver la longueur d'un côté motimu dans un triangle
- usoq sunmon ah io, si perildil 🌣 signs mi'h suram sinsvuon
- C) indonnu dans un mangle

- 😂 dans lun des pas sur rants
 - en connaissant les mesures de deux de ses angles et la longueur de l'un de ses corés
 - en connaissant les long leurs de deux de ses cotés et la mexire de l'angle compus entre eux
 - en connaissant les longueurs de ses trois côtés
- Uniper la calculation pour résoudre des exemices et des activités variées en util sant les lois de sanus et désinus dans un trangle.

Vocabulaires de base

- : Triggrantrettrie
- 🗎 sal de sinus
- a Angleagu
- 3 Augle objut
- E Anglednot
- : Cas ambigu

- 🗄 Solutions possibles
- Solution unique
- : Le plus petir chij
- Le plus long obtě
- Atte på trængle
- 🖹 Longueurs dés cosés d'un trangle

- 5 Angles inconnut
- 3 të plus pëlli angle
- p lie plus grand angle
- Entele cosins

Leçons de l'unité

Leçon (4 - 1) Loi de anus

Legon (4 2) Loi de coanus



Aides pédagogiques

Calculatnce screamfique



Organigramme de l'unité

Loi de sinus Loi de cosinus Commission! It s longerours Connaissanties mesures de Connaissant les longueurs Cosambigu Communicated his intripulsions die dieux débieré (est est) inngle estimature de l'angle apparé à l'un d'aux

4 - 1

Loidesinus

Aitez apprendre

- Lois de sinua dans un triangre
- Utilisation de la loi de sinus pour résoudre un triangle
- Modé ser et résoudre des problèmes quots diens attinsant la lor de sinus.
- Utilisation de la relation éntre la loi de sinus dans un triangle et la origueur du rayan du cerçie circonscrit au triangle pour résoudre des problèmes.



Vocabulaires de base

- Trigonomètrie
- Lo) de sinus
- Angle aigu
- Angle obtus
- Angle dra t
- Cas ambig...

Aldes pédagogiques

Calculatrice scientifique

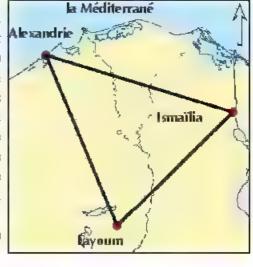
Vous avez déjà étudié comment utiliser un triangle rectangle pour trouver la hauteur d'un minaret, sans avoir besoin de la mesurer, en étant à une distance confine de sa base. Dans la suite, nous allons apprendre des méthodes pour trouver les longueurs des côtés d'un triangle quelconque.



Activité

Karım veut déterminer la distance entre Fayourn et Ismailia en utilisant les données existantes sur la carte et contre. Mesurez les longueurs sur le dessin (l'échelle est l'em représente 43 km). Justifiez vos mesures après votre étude des methodes de solution d'un triangle non rectangle.

L'une de ces méthodes est la los de sims





Aapprendre

Loi (règle) de sinus

Dans le triangle ABC, on utilise le symbole a pour noté le coté opposé à l'angle A, le symbole b pour noté

le coté opposé à l'angle B et le symbole e pour noté le coté opposé à l'angle C. On peut utiliser la règle du calcule de l'aire du triangle pour déduire la loi de sinus indiquant la relation entre les longueurs des cotés d'un triangle et les surus des angles qui lui sont opposés.

On a : $\frac{1}{2}$ b c sin A = $\frac{1}{2}$ a c sin B $-\frac{1}{2}$ a b sin C les formules du calcule de l'aire d'un triangle sont égales





Aire du triangle

A = \frac{1}{2} produit

des longueurs de

deux cotés x sinus

de l'angle compris

entre les deux côtés

be sin A = ae s n B = ah sin € Multipliant par 2

$$\frac{A}{\sin A} \leftarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

En divisant es trois membres par a b e on abuent

En simplifiant

D'après les propriétés de la proportionnalité



Aire du triangle A B C

$$= \frac{1}{2} \text{ ab sin C}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ ac sin B}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ be sin A}$$

C est-à-dire que : Dans an mangre les congueurs des codes q'un triangle sont proportionnelles aux sants des angles qui au sent-opposés. La les de sint s. $\frac{3}{80} \Lambda = \frac{16}{800 \ \mathrm{H}} \stackrel{?}{=} \frac{2}{800 \ \mathrm{C}}$

Auto-apprentissage: Peat on démontrer la lo. Je sin is par une autre méthode / Comment /

Utiliser la loi (règle) de sinus pour trouver la longueur du coté dans un triangle

Exemple

1 Frouvez la longueur du p us grand côté dans un triangle ABC tel que $m(\angle A) = 54^\circ 33^\circ$, $m(\angle B) = 49/22$, a = 124.5 cm

O Solution

Le plus grand cổ é est opposé an plus grand angle (Inegalité dans le triangle

$$m(/C) = 180^{\circ} \cdot [m(/A) + m(/B)]$$

= 180° \cdot [45° 33 \times 49° 22°] = 76° 5°

.'. I-e plus grand c'he est e car îl es, appesé à l'angle C qui est le plus grand angle

$$e = \frac{124.5 \sin \frac{167.5}{5}}{3.0.54 + 3.1} = 148.4601$$



Dans un triangle, le plus grand côté est opposé au plus grand angle. Le plus petit côté est opposé au plus petit angle

Essayoz de résoudre

(1) , routez la longueur du plus poi i côté dans un triangle ABC tel que m (\angle A) = 43°, mi(\angle B) = 65°, e = 8.4cm

Résolution d'un triangle en utilisant la loi de sinus

La loi de saus pormet de résondre un trangle en connaissant la longuour d'un oôté et les mest res de deux de ses angles (On peut calcule) la mesure du poisseme angle ».

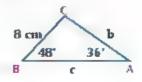
[I] Résolution d'un triangle en commaissant la longueur d'un côté et les mesures de deux angles

Exemple

2 Résolevez le triangle ABC tel que a 8 cm m(/ A, 36° m(/ B) 48°

> Solution

$$m(\angle C) = 180^{\circ} + (36^{\circ} + 48^{\circ}) = 96^{\circ}$$
 $\sin A \quad \sin B \quad \sin 30^{\circ} \quad \sin 48^{\circ}$
 $a \quad b \quad 8 \quad b$
 $b \quad 8 \sin 48^{\circ} \sim 10.114 \text{ cm}$
 $\sin 30^{\circ}$



On utilise la calculatrice pour effectuer les opérations. Verifierz d'abord que la calculatrice est réguée pour les mesures des angles en degrés puis appuyer sur les boutons dans l'ordre suivant

On utilise la calculatrice comme suit

Dans A ABC b 10,114 cm b 13 535 cm

Essayoz de résoudre

- 2 Résalevez le mangle ABC tel que a 8cm m(ZA) 60° m(ZB) = 40°
- [II] Résolution d'un triangle en connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure d'un angle opposé à l'un des deux côtés de longueurs données

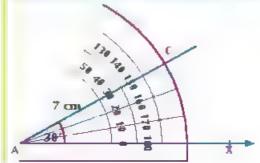
Cas ambigu

Tracez le triangle ABC (si cela est possible) selon les mesures dans le tableau ci contre

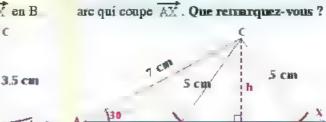
longueur de	m(/A)	longueur de
AC cm		EC cm
7	30°	35
		5
		2

- 1 Du point A, tracez AX et faisant
- 2 Du point A traces AC de 7cm de longueur et un angle de 30° de mesure avec AX





3 - Si BC = 3,5 cm mettez la pointe sèche du 4 - Lorsque BC = 5 cm répétez l'étape 3, compas sur le point C. Avec une ouverture de 3.5 Avec une ouverture de 5 cm puis tracez un cm puis tracez un arc qui touche AX en B arc qui coupe AX. Que remarquez-vous?



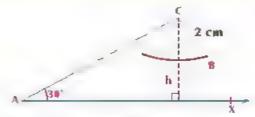
Mesurez le segment AB et comparez sa longueur et la longueur de la perpendiculaire issue du point C à AX.

 Que remarquez vous ?

130

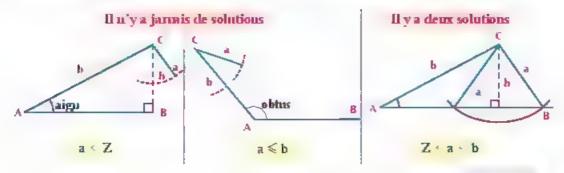
- ② Mesurez le segment CE et CE Que remarquez vous ?
- ① Comparez sa longueur et la longueur de la perpendiculaire issue du point C à AX Que remarquez-vous?

5- Lorsque BC = 2 cm répétez l'etape 3. Avec une ouverture de 2 cm puis tracez un arc. Cet arc coupe-t-il AX ?



① Comparez la longueur du BC et la longueur de la perpendiculaire issue du point C à AX Exercice sur l'activité précèdente :

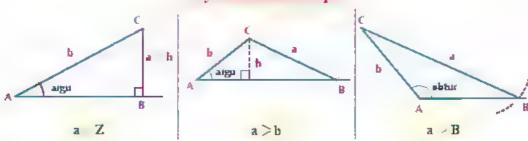
- O Repetez : activité precedente dans le casoù l'angle _ C est un angle obtus et étudiez les différents cas
- ① D'après l'activité précédente, on peut déduire les différents cas de résolution du triangle ABC étant donné \(\sum_{A}, a \), b et h est la plus courte longueur entre C et AB.



Amuria Press

Livre de l'élève - Prantier semestre

Il y a une solution unique



Exemple Application sur l'activité

- 3 Dans chacun des cas suivants, indiquez si le triangle à une solution unique, deux solutions ou n'a pas de solution. Trouvez les solutions possibles puis donnez un résultat approche a un décimal près.
 - AABC dans le quel m(/ B) 110°, b Sem et e=5cm
 - b $\triangle DEF$ dans le quel m($\angle D$) = 60° , d = 7cm et e = 9cm.
 - Q \triangle LMN dans le quel m(\angle L) 40°, l=12cm et m 15cm

O Solution

a 😌 🖊 B øst obtus , b > a Le triangle a une solution unique

$$r \cdot \sin C = \frac{5 * \sin 110 *}{8} \approx 0.5873$$

D'où m(/ C) ≈ 36°

$$\therefore$$
 m(\angle A) \simeq 180°- (110° + 36°) \sim 34° ,

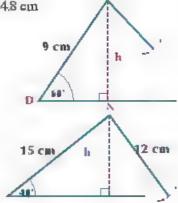
C est-à-dire que : m(
$$\angle$$
A) \simeq 34° , m(\angle C) \simeq 36° , a \sim 4.8 cm

- b ·,· ∠ D aigu , d< e
 - h e sm D 9 sin 60 ~ 78cm
 - · · d < h (où 7 < 7.8)

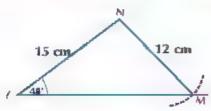
Done il n'y a pas de solutions

- ∴ ∠Lest aign , ℓ < m (où 12 < 15),
 </p>
 - h 15 sm 40 ~ 9.6 cm
 - h < l < m (où 9.6 < 12 < 15)

Done le triangle LMN admet deux solutions



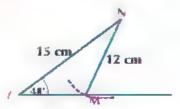
La première solution : Z M est a.g.



.. sm
$$M = \frac{15 \times \text{sm } 40^{\circ}}{12}$$
 sn $M \sim 0.8035$

', m(
$$\angle$$
 N) \sim 180' =(40' \pm 53 46')

La deuxième solution, / Mest obtas



 Dans le deuxoeme quadrant la sanus est positive;

$$m(-10) \simeq 180' \cdot 53.46' \sim 126.54'$$

$$X(\angle N) \simeq 180^{\circ} \cdot (40^{\circ} \pm 126.54^{\circ})$$

$$n = \frac{12 \times \sin 13.46^{\circ}}{\sin 40^{\circ}} = 435 \text{ cm}$$

C est-à-dire que : l'une de deux solution est $m(\angle M) \simeq 13.46$ ° $m(\angle N) \simeq 26.54$ ° $n \simeq 18.63$ cm. L'autre solution est $m(\angle M) \simeq 10.6.54$ ° $m(\angle N) \simeq 13.46$ ° $n \simeq 4.35$ cm.

Estayez de récondre

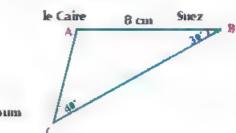
- (3) Dans chacun des cas sulvants indiquez si le triangle à une solution unique deux solutions ou n'a pas de solution. Trouvez les solutions possibles pais donnez un résultat approché à un décimal près
 - AABC dans le quel m(∠A) 100° a 12 om et b= 15cm
 - b △DEF dans le quel m(∠E) 35', e 9 cm et e 5 cm
 - AMNI dans le qual m(/ M) Il m = 11 cm et n 26 cm

Exemple

- En lien avec la géographie: La figure or contre représente les positions de trois villes égyptiennes. Si la distance sur le dessin entre le Suez et le Caire est 8 cm et la mesure de l'angle dont le sommet est Fayoum est 40° Trouvez à un kalomètre près.
 - a La distance entre le Caure et Payoum
 - b La distance entre le Suez et Payoum,

Solution

..AC = 8 × sn 30° ~ 6.72cm



Fayoum

La distance entre le Caire et Fayoum ~ 6.22 * 16.75 ~ 104 km

La distance entre le Suez et Fayouri ~ 11.7 * 16.75 ~ 196 km

Essayoz de résoudre

- (4) Dans l'activité page (154):
 - En utilisant les instruments géométriques, trouvez les mesures des angles du triangle ams; que la distance entre fayoum et Alexandrie
 - b Ha utilisant la règle de sinus, trouvez :

l: La distance entre Ismailia et Payonn. ll: La distance entre Alexandrie et Ismailia

Applications géométriques de la loi de sinus



Dans un triangle ABC on a : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2r$ où r est le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC

Démonstration :

Si le cercle passe par les sommets d'un triangle acutangle

On trace le cércle passant par les sommets du triangle ABC acutangle ABC puis on trace le diamètre BX and et la corde XA

.
$$m(_BAX)$$
 90' , $m(_AXB)$ $m(_ACB)$: $\sin X \parallel \frac{AB}{BX}$, $\sin C = \frac{AB}{BX}$

$$\sin \mathbf{X} \parallel \frac{AB}{BX}$$

$$\frac{\epsilon}{\operatorname{an} C} = 2r$$



Auto-apprentissage: Démontrez la règle précédente a le cercle passe par les sommets d'in thalle e chill saugle



Exce m pile

- 5 MNO est un triangle tel que tel que n 68 4cm, m(_M) 100', m(_N) 40'. Trouvez:
 - la longueur du rayon du cercle circonsent au triangle MNO
 - o l'aire du triangle MNO

👝 Salution

$$m(\angle M) = 180^{\circ} (100^{\circ} + 40^{\circ}) = 40^{\circ}$$

$$\frac{l}{\sin 40^{\circ}} = \sin 100^{\circ}$$

(Régle de simus)

ce qu'il fout démontrer (1)

 $\frac{m}{\sin M}$ 2r $\frac{68.4}{\sin 100^{\circ}}$ 2r $\frac{68.4}{\sin 100^{\circ}}$ 2r $\frac{68.4}{\sin 100^{\circ}}$ 2 34.72 cm

ce qu'il fout dérrontrer (2)

Are to triangle MNO $-\frac{1}{6}$ n m sin O $-\frac{1}{2} \times 68.4 \times 44.64$ sin 40° 981.1 cm²

🔲 Essayos do résoudre

(5) Résolvez le triangle AB C tel que a = 25 cm., $m(\angle B) = 35' \cdot 18'$, m(/ C) = 103° 42° Calculez ensuite son aire et la longueur du rayon de son cercle circonscrit,

🔼 🖺 Xe mı pilo

 ABCD est un trapèze tel que AD t. BA , AD 74cm, m(∠B) 62', m(∠D) 106', m(/ACB) 41' Tronvez

La longueur de AC et BC II Aire du trapeze ABCD à un centimètre carré près

🥽 Solution

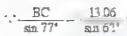
Dans ie triangle ACD

, m(∠ DAC) m(/ ACB) 41'

(Deux angles alterne - internes)

, m(
$$\angle$$
 ACD) = 180° – (41° \div 106°) = 33°

Dans le triangle
$$m(\angle BAC) = 180^{\circ} (62^{\circ} + 41^{\circ}) = 77^{\circ}$$



$$\therefore \frac{BC}{\sin 77^{\circ}} = \frac{13.06}{\sin 62^{\circ}} = 13.06 \times \sin 77^{\circ} = 14.41 \text{cm}$$

$$AE = \sin 41^{\circ}$$
 $AE = 13.06 \times \sin 41^{\circ} = 8.568$ om

". L'air du trapèze base proyenne « hauteur.

$$= \frac{AD + BC}{2} \times A = (\frac{7.4 + 14.41}{2}) \times 8.568 \quad 92.434 \text{cm}^2 \approx 92 \text{cm}^2$$

Trenyby do résoudre

(6) ABCD est un quadrilatère tel que CD 100 cm, m(BCA) 36', m(BDA) 55'. m(ZBCD) = 85°, m(Z CDA) - 87°, Trouver la longueur de BD, AC à un centumètre près



Complétez ce qui suit:

- (1) Dans tout triangle les longueurs des côtés sont proportionnelles aux
- 2 Dans un triangle ABC a 2 sm A= 3 an B = 4 sn C alors a b c =
- (3) Soit ABC est un triangle équilatéral de longueur de côté "con La longueur du diamètre du cercle girconscrit au triangle -
- (4) Si ABC est un triangle tei que m $(\angle A) = 60^\circ$ m $(\angle C) = 40^\circ$ et c = 8,4 cm alors a
- S Daris un triangle ABC on a sin B

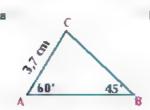
Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées :-

- (6) St ABC est un trangle tel que m(A) 30° a 10 cm alors a longueur du rayon de son cercle circonscrit est
 - # 10cm
- b Monn
- c Saim
- **d** 40cm
- (7) Si la longueur du rayon du cercle circonstrit au trialigle ABC est égale a 4cm m. A) = 30° alorsa =
- b Zapa
- 0 4/3
- (8) Dans un triangle ABC, l'expression 1 r sin A est égale à

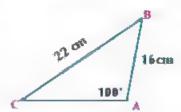
- d Faire des (△ABC)
- (9) S. r est le rayon du cercle circonscrit au triangle XYZ alors $\frac{y}{2 \sin y}$ est éga. à

- c lr
- (16) St MNO est un triangle tel que m(´M) 30° NO 7cm alors la longueur du rayon de son cercle circonscrit est
 - # 7mm
- b 3,5cm
- .c 14cm
- 🕦 Dansun triangle XYZ, 🖪 3 sm X = 4 mn Ÿ= 1 mn Z alors x y z =
 - a 2 3 4
- b 5 4 3

(12) Réslvez chacun des triangles suivants



17 cm



- 53) Dans cracim des cas sui vants, indiquez si ,e maigle a ,ine solution, indice deux solutions ou n'a pas de solution. Trouvez les solutions possibles puis donnez un résultat approché a un décumal près
 - m(∠A) = 105° a = 8cm , b | 5cm | b m(∠A) = 47° a = 4cm , b = 6 cm
- - c m(∠A) 38" a 10cm b 14cm d m(∠A) 36.87" a -6cm b = 10 cm

- Dans chacun deucas survants résoudre le triangle A EC donnez une valeur approché au résultat à un décimal prés
 - * m(/A) = 40', m(/B) = 30', b = 10cm b m(/A) = 50', a 4cm, b = 3 cm
 - σ m(\angle E) = 33° b = 7cm, c = 10 cm d m(\angle C) = 116° c = 10 cm s = 10 cm
- (5) Résoudre le triangle ABC dans chacun des cas sui vants
 - a m(/A) = 31°, a 17cm, b 11cm
- b m(/A) = 49°, a 32cm, b = 38cm
- c m(/E) -70°, b = 14cm, c = 14cm
- d m(/C) 103", b = 45cm, c = 61cm
- ABC est un triangle dans lequel (_ A) = 60° mi(_ B) = 45° démontrez que a b c = √6 ? √3 + 1
- ABCD est parallelogramme tel que AB = 19 77cm les angles formés par ses diagonales et AC BD son coté AB angles of mesurent 30°00 et 44° 58° Trouvez la longueur de chacune de ses diagonales
- ABC est un trangle dans lequel AB 8 356cm, m(A) 41° 70 m(B) 59° 17 Trouvez

 b la longueur de la perpendiculaire issue du c d AB
- ABCD est trapèze dans lequel AD // BC AD 10.7cm m(D) 100' m(B) 61' 19 m(CAD) 33' 50' mouver les longueurs de AC BC
- ABCD est quadrulatère dans lequel m. (BCD) 85° m(CDA) 87° m, _BCA) 30° m, _BDA) 55° CD 1000 mètres trouver les longueurs de BD AC a un mètre près
- (2) ABC est un triangle te, que sin C = 0.35 $\,$ c = 14cm Trouver l'aire de son œrcle circonsent en fonction de π
- 22 ABC est un thangle dans lequel a=5S m($\angle B$) = 38" ($\angle C$) = 62" Trouvez la longueur de la perpendiculaire issue de A a=5S m(a=5S) = 38" (a=5S) Trouvez la longueur
- 23) ABC est un mangle tel que m(∠A) 60° m(∠B) 45° Si a + b = √6 + 2) om trouvez la longueur de a, b
- 24 ABC est triangle inscrit dans un cercle de 20 cm de diamètre. Si $m(\angle A) = 42^{\circ}$ $m(\angle B) = 74^{\circ}$ 48 trouver la longueur des cotés du triangle ABC.
- 25) ABC est un triangle tel que c 19cm m(/A) 110" m, B) 33" trouvez b et le rayon de son cercle circonsont à deux décimaux près
- 26 En lien avec la géographie : La figure co contre représente les positions de trois villes A. B. et C. Trouvez, à un sucquêtre près la distance entre
 - a Aet C
- b Bet C
- 27 Problème ouvert : ABC est triangle dans lequel m(_ B) =58"
 - a 40 cm. Trouvez o de sorte que le mangle ABC n'art pas de solution. Vénifiez votre réponse
- 28 Réflexion créative :
 - Dans le trangle ABC, démontrez que 3a-4b c nn C
 I sin A 4 SinB sin C
 - **b** Soit Δ , 'aire du triangle ABC Démontrez que Δ = a^* ($\frac{\sin B \sin C}{2 \sin A}$)

362 600

1461 0

Unité (4)

Loi de cosimus



Allez apprendre

- Los dereos husidans un riangle
- · Uti sation de a olige cos nuo pour résolutire drittlangle
- Noděliset štiřešou, Te des problèmes quotithens unlessed to the Eymitt 1



🕎 Vocabulaires de base

Aldes pédagogiques

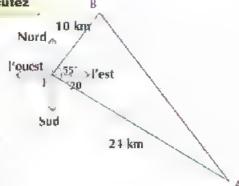
Calculathee scient figue.

- · Lo de Lostrus
- Angle a dur.
- د Angle معالمه
- Angle droit



Réfléchissez et discutez

Detail haterian A or at sedéplacent, ou même temps d'un port Le bateur A se déplacent dans in direction 26" Sud par tщи at à l'Esa I a paretteru 24 km. Le baição B ment dans la опеснов, 55° Nore раг гаррет в I'll st, il a parepara and distance de 10 km dans le même temps.



Trouvez la distance qui separe, es deux paleaux à la fin de certe diné du temps. l'Illusez les usait,ments géoriélaiques pour déterminer l'éche le et rouver la sugnatur du AB.

Peri, on otheser la règle de sants pour trouver la longueur de AB ? Peut on deduce une autre règle pour trauveure longueur de AB en fonction des langueurs de 11A , 13B et la mesure de l'angle comprise entre aux ?fustiffez vetre réponse.



A apprendre

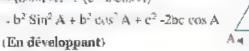
Loi (règle) de cosinus

Le trangle BDC, rectangle en D :

 $(BC)^2 = (CD)^2 + (BD)^2$ (Théorème de Pythagare) C'est-à- dire :

a = (b sin A)2 + (c b cox A)2

 $-b^2 \sin^2 A + b^2 \cos^2 A + c^2 - 2bc \cos A$



= $b^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A$ (Premint b^2 factour commun)

 $b^2 + c^2 - 2bc \cos A + Cn simplificant)$



On a done:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{2bc}$$

Identité de pytagore $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

Auto-apprentissage; Démontrez la règle précédente dans le cas où A est un angle obtus. Expression oral; De même façon, écurez les valeurs de b , c , cos B et cos C Pense critique; La règle précédente est il vraie si le triangle ABC est rectangle en A? Vérifiez votre réponse,

Formule de cosimus :

Dans un triangle ABC, ou a :

$$a^{2} + b^{2} + c^{2} + 2b c \cos A$$
, $\cos A = \frac{b^{2} \cdot c^{2} \cdot a^{2}}{c^{2} \cdot b^{2}}$
 $b^{2} + c^{2} + a^{2} \cdot 2c a \cos B$, $\cos B = \frac{c^{2} + a^{2} \cdot b^{2}}{c^{2} \cdot a^{2}}$
 $c^{2} + a^{2} + b^{2} \cdot 2ab \cos C$, $\cos C = \frac{a^{2} + b^{2} \cdot c^{2}}{c^{2} \cdot a^{2}}$



c'est mieux d'utiliser les longueurs de côtés d'un triangle a ; b et c dans un ordre cyclique pour écrire les lois de cosinus pour déduise l'une des ses forme de l'autre.



Activité

- a La règle de cosinus utilisée, pour trouver la longueur d'un coté dans un triangle, à l'aide de la calculatrice. Un ingémeur veut déterminer la distance entre deux points dont il est difficile d'y arriver. En utilisant l'appareil de mesure de distance, il a trouvé que la distance qui lui sépare et le première point est 160 mêtres, celle entre lui et le douxième point est 220 mètres et la mesure de l'angle et la mesure de l'angle opposé aux deux points est 54°. Utilisez ces informations pour calculez la distance entre les deux points à un kilomètre près.
- 1 Déterminez précieusement les donnés accuelles par l'ingéneur.
- 2 Identifiez la conclusion.
- 3 Représentez les donnés par une échelle convenable en utilisant les instruments géométriques nécessaires.
- ♣ Trouvez la longueur de BC en contimètres.
- 5 Calculez la distance réclie entre les deux points E et Cà un la lomètre près
- Peut on utiliser la règle de cosimis pour trouver la distance entre les deux points B et C? Expliquez
- 7 Comparez les deux résultats obtems par la mesure et en utilisant la règle de oosmus.



220 m

la longueur réelle = la longueur sur la dessin: l'échelle

D'après l'activité precédent, on trouve que :

- 1 L'échelle convenable 1 cm représente 20 kilomètres
- 2 Par mesure : la longueur de BC = 9 cm.
- 3 La longueur réelle de $\overline{BC}\simeq 9\times 20\simeq 180~\mathrm{km}$

- 4 La règle de cosmus est $a^2 + b^2 + c^2 + 2$ be cos C

 Par substitution $a^2 + (160)^2 + (220)^2 2 \times 160 \times 220$ cos 54° ≈ 32619.9 Alors a ≈ 180.6 km.
- 5 Les résultats sont proches si le dessin est munitieux, mais les résultats obtenus en utilisant les règles restent plus précis
- 6 Utilisation de la calculatrice scientifique pour trouver le résultat;





Application sur l'activité précédente : Calculez la longueur du troisième coté, à un conhème près dans le triangle ABC dans chacun des cas survants .

Trouver la mesure d'un angle d'un triangle en connaissant ses trois côtés :



- 1 Trouvez la mesure du plus grand angle dans le triangle ABC tel que a 4.6, b : 3.2, c : 2.8
- Solution
 - .º Le plus grand augle dans un triangle est opposé au plus grand côté
 - A est le plus grand angle

$$\frac{b^2 + c^2 + a^2}{2bc} = \frac{(3.2) + (2.8)^2 + (4.6)^2}{2 \times 3.2 \times 2.8}$$

En utilisant la calculatrice

Comme le cosinus de l'angle est négatif, donc l'angle est obtus et non pas supérieur a 180°. ... m (/ A) : 99° 53° 49°

- Essayez de résoudre
- (1) Trouvez la mesure du plus grand angle dans le triangle ABC tel que a =11 cm, b=10 cm et c 8 cm

Utilisé la loi de cosinus pour résoudre un triangle :

La , or de cosmus nous permet de résoudre un triangle en compaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre eux

[I] Résolution d'un triangle en connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre eux :



Exemple

12 Résoudre le triangle ABC tel que a 11cm b= 5cm m (_ C) 10



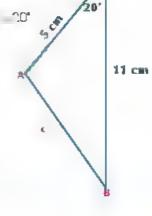
Il rautealculer e m (/A) m (/B)

c =
$$a^2 + b^2 - 2$$
 ab cos C (loi de cosmus)
= $(11)^2 + (5)^2 - 2 = 11 = 5$ cos 20

$$\cos A = \frac{b^{2} + c^{2} - a^{2}}{2bc} - \frac{(5)^{2} + (6.529)^{2} \cdot (11)^{2}}{2.(5)(6.529)} \sim 0.817$$

$$m(\angle E) = 180^{\circ} [m(_A) + m(_C)]$$

= 180° - [144.786° + 20°] = 15.214°



Remarque

Dans certains cas nous avons détex possibilités pour calculer la mesure d'un angle, l'une par la loi de anus et l'autre par la loi de cosmus. Dans ce cas il est préférable d'utiliser la loi de cosmus pour salouler la mesure de l'angle pour les raisers suivantes.



e data

On peut utiliser la loi pour calculer m (A), m (B) après avoir déterminé c, mais c est mieux pour distinguer les angles argus et les angles obtus

- 1- Au cas où on utilise la loi de simis :
 - O le sinus d'un angle aigu ou d'un angle obtus est toujours positif
- 2- Au cas où on unlise la loi de cosmus
 - (a) le cosmus d'un angle obtus est négatif
 - O le cosmus d'un angle agu est positif.
 - O la loi de cosmus nous permet résoudre un triangle en compaissant les longueurs de trais côtes. Connaissez - vous que la somme des longueurs de deux côtés est plus grande que la longueur du troisième côté.

Tasayez de récoudre

(2) Résoudre le triangle AHC tel que a=246 cm , s= 140 cm, m (\neq B) \pm 42° 18

[II] Résolution d'un triangle en connaissant les longueurs de ses trois côtés :

Exemple

13 Résoudre le triangle ABC tel que a + 9cm, b 7 cm, c= 5 cm.

O Solution

Il faut calculer les mesures des angles A, B et C

$$\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 \cdot a}{2bc} = \frac{7^2 + 6^2 \cdot 6^2}{2 \times 7 \times 5} = 0.1$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{3ca} = \frac{5^2 + 9^2 - 7^2}{3 \times 5 \times 9} = 0.633$$

$$m (\angle C) = 180^{\circ} \cdot [m (\angle A) + m (\angle B)] = 33^{\circ}33^{\circ}26^{\circ}$$

assayez de résoudre

(3) Résoudre le triangle ABC tel que a 12.2cm, b 18.4cm, c 21 1cm

La loi de cosinus offre une méthode permettant d'éviter le cas ambigu rencoutre lors de l'étude de la loi de sinus. Pour trouver la longueur du troisieme côté en utilisant la loi de cosinus, on obtient une équation du second degré dont le nombre de solutions est égal au nombre de triangles possibles. L'éxemple suivant illustre ce cas



Example Résolution d'un triangle en connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure d'un angle :

14 ERésoudre le triangle ABC tel que a 6 cm b 7 cm, m (A) 30°





Il faut calculer $e_1 m (\angle B), m (\angle C)$

(loi de cosmus)

$$(\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$6^2 - 7^2 + e^2 - 2 \times 7 c \cos 30^\circ$$

$$0 - c^2 = 7\sqrt{3} + c + 13$$

then
$$a^2 = 7\sqrt{3} c + 13 = 0$$

c
$$\frac{1}{2}(7\sqrt{3} \pm \sqrt{-7\sqrt{3}})^2 + 4 \times 1 \times 13$$
) (Isomule generale de resolution de l'equation du se cané degre) . c = 10.935 or 1.188

Chaque valeur positive de c représente un triangle. Donc, il y a deux triangles.

Pour calculer cos B:

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{a^2 + a^2}$$

$$sic = 10935$$

$$\cos B = \frac{(10.935)^{2} + (6)^{2} (7)^{2}}{2 \cdot 10.935)(6)}$$

$$\cos B_1 = 0.812$$

$$m(\angle B_1) = 35.685^\circ$$

$$m(\angle C_j) = 180^{\circ} [m(_A) + m(\angle B_j)]$$

~ 114314*

$$\simeq 114^{\circ}~18^{\circ}~50^{\circ}$$

sic = 1.188

$$\cos \mathbf{B}_2 = \frac{(1.188)^2 + (6)^2 - (7)^2}{2(1.188)(6)}$$

$$m(\angle C_j) = 180^\circ [m(\angle A) + m(\angle B_j)]$$

Interpretation: Dans l'un des deux triangles c 10.94, m (B) 35° 41° 6°, m (C) 144° 18° 50°, et dans l'autre triangle c 119, m (B) 114° 18° 50°, m (C) 5° 41° 6° Comparer ces résultats avec les résultats obtems dans l'exemple (6) de la leçon (1) qui traite le même problème en utilisant la loi de sinus.

Essayez de résendre



Applications géométriques sur la loi de cosinus

(E

Exemple .

5 ABC est un triangle tél que a 63 cm, b c 27 cm, et le périmètre du triangle est égal a 140 cm, Calculer b et c puis trouver la mesure du plus petit angle du triangle et l'aire de sa surface à un centimètre carré près

Solution

.,
$$b + c = 140 63$$
 d'où $b + c = 77$ (1)

De (1) et (2) par addition on obtient:

$$a = 25 cm$$

On remarque que c est le plus petit côté du triangle ABC

.
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 \cdot c^2}{2a b} = \frac{(63)^2 + (52)^2 \cdot (25)^2}{2 \times 63 \times 52} = 0.9230769$$

L'aire du triangle ABC $-\frac{1}{2}$ ab sin C = $\frac{1}{5} \times 63 \times 52 \times \sin 22^{\circ} 37^{\circ} \sim 630 \text{ cm}^{2}$

📊 Kunnyez do rásoudra

(5) ABC est un triangle te, que b ~ 4cm, a + c ~ 11cm a c ~ 1cm Démontrer que m (_ A) = ? m (∠B) Trouver ensuite le périmètre du triangle ABC et l'aire de sa surface à un centimètre carré près.

Exe ns ple

6 ABCD est un quadrilatère tel que AB = 22cm, m(\(\subset ADB \) = 65°, m(\(\subset DBA \) = 50°, BC = 25cm, DC = 18cm, Calculer = m(\(\subset CBD \)), m(\(\subset BCD \)

Solution

Dans le triangle ABD

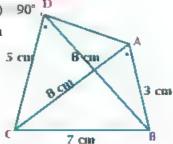
Dans le triangle DBC

· m(∠ DBC) ~ 44*28'6"

$$\cos(\angle BCD) = \frac{(BC)^2 + (CD)^2 \cdot (BD)^2}{2(BC)(CD)} = \frac{(C5)^2 + (18)^2 \cdot (CD)^2}{2 \times 25 \times 18} \approx 0.5167$$

Ensayez de réseaulre

ABCD est un quadrulatère tel que m (DAB) m (DBC) 90° BD 10cm, AD 8cm, m (DCB) 30°, Calculer AC à un centumètre près.



65

25 cm

18 cm

22 cm

50'

Exemple

(7) ABCD est un quadrilatère tel que AB - 3cm, AC - 8cm, B C - 7cm, CD - 5cm, BD - 8cm, Démontrer que le quadrilatère ABCD est suscriptible.

Sotution

Dans le triangle ABC

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(8)^2 + (3)^2}{2^2 + 8 + 3} = \frac{1}{2}$$

Dans le triangle BDC

m (_BAC) = m (_BDC) et les deux angles sont tracés sur une mèrre base BC et d'un même côté de la base, alors le quadrilatère ABCD est inscriptible (Ce qu'il fallait demoutrer).

Essayoz de résondre

(6) ABCD est un quadrilatère tel que AB 9 cm, BC 5 cm, CD 8 cm, DA 9 cm, AC = 11 cm. Demontrer que le quadrilatère ABCD est inscriptible.



Compléter ce qui suit :

- (1) On utilise pour résondre le triangle étant donné les longueurs de deux cotés et la mesure de l'angle compris entre eux.
- 2 On utilise pour résondre le triangle étant donné les mesures de deux angle et la longueurs d'un cotés dans le triangle
- 3 Dans un mangle MNO, on a : $m^2 n^2 + o^2$; cos M= $n^2 + o^2$.
- (4) Si les longueurs des côtes d'un triangle ABC sont 13 cm , 17 cm et 15 cm, la mesure du plus grand augle dans le triangle est
- (5) Si les longueurs des côtés d'un triangle XYZ sont 5,7 cm , 7,4 cm et 4,3 cm, la mesure du plus peut angle dans le triangle est
- Dans un triangle X YZ si x 10 cm, y 6 cm, m(∠Z) 60°, alors z
- Dans un triangle MNO on a nº + 0º mº

Choisir la bonne réponse parmi les réponses proposées :

- (a) La mestre du plus grand angle dans un triangle dont les longueurs des oôtés sont 3 5 et 7 est
 - a 150, p 150, c 60, q 30,
- Dans un trangle MNO, l'expression en + n o est égale à .
 - a cos M b cos N c cos O d Anome des réponses précédentes

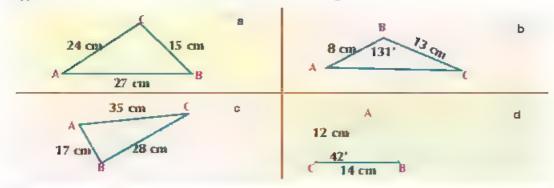
- 10 Dans un triangle XYZ, on a y2 + z2 z2 2 yz
 - a cos X
- b sm Z
- c cos Z
- d sin X
- (1) Dans un triangle ABC, si a : b : c = 3 : 2 : 2 alors cos A est égal à
 - $\mathbf{a} = \frac{1}{8}$
- b 1
- E 1
- d 3

Répondre aux questions suivantes :

- Dans chacun des cas suivants indiquez si le triangle à une solution unique deux solutions ou n'a pas de solution. Trouvez les solutions possibles plus donnez un résultat approche à un décurral près.
 - 8 a 4om, 6 16cm, nx(\(C \) 115°
- b a 12 cm, c 7cm, m(/A) 27'
- a 5cm, c 12cm, m(/A) = 65°
- d a = 14 cm, b = 18cm, m(/ A) = 42

- (3) Dans le triangle ABC si :
 - a = 5cm, b = 7cm, c = 8cm
 - b a 3cm, b 5cm, c · 7cm
 - c a = 13cm, b 7cm, c 13cm
 - d a = 13cm, b = 8cm, c 7cm
 - e a 10cm, b 17cm, c 21cm
 - l a Sem b 6em v = 7em
 - 9 a 17cm, b 11cm, m(/C) 42*
 - h b=16, c=14, m(/A)=72°

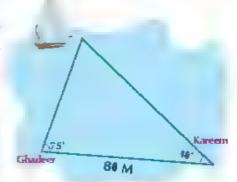
- démontrer que m(\(\subseteq \text{B} \) = 60°
- démontrer que m(/ C) 120°
- trouver m(/C)
- trouver m(/A)
- trouver la mesure du plus pout angle du triangle trouver la mesure du plus grand angle du triangle
- trouver e à un centieme pres trouver a à un centième près
- (14) Dans chacun des exercices suivants, résoudre le triangle donné :



- (15) Dans chaoun des exercices suivants, peut-on tracer le triangle selon les informations données? Si out, résondre le triangle :
 - a m(/A)=55', b=12cm, c . 7cm
- b a 32 cm, b = 7.63 cm, c 6.4 cm
- 6 a 12cm, b 21cm, m(/C) 95'
- d a 1cm, b 5cm, c=4cm
- m(/A) 42', a ~ 7cm, b | 10cm

Applications géométriques

- Les longueurs de deux côtés d'un parallélogramme sont 18 cm et 20 cm et la mesure de l'angle compris entre eux est 19° Trouver à un centierne près, la longueur de la plus petite diagonale du parallélogramme
- (17) ABCD est un quadritatère te, que AB 9 cm BC 5 cm, CD 8 cm et AC 11 cm Démontrer que ABCD est un quadritatère inscriptible
- ABCD est un parallélogramme tel que AB 9cm, BC Litem, AC 10 cm. Trouver le longueur de BD
- ABC est un triangle de pénmètre 70cm, a = 26cm, m(/A) 60°, Calculer son aire
- 20) En lien avec la navigation maritime: Karimet Ghadir sont atués au bord d'une rivière Quelle est la distance entre Karim et le bateau 7 Donnèz une valeur approchée à un mètre près
- 21) En lien avec l'agriculture : Un fermier veut poser un bassingage autour d'une parcelle du terrain trangulaire dont les longueurs de deux cotés sont 98m et 64m et la mesure de l'angle formé par des deux cotés est 50° Quelle est la longueur du basingage 7



- Demontrer que (AB)² + (AC)² = ² (AD)² + ² (BD)²

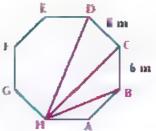
 Si AB = 5 cm AC = 8 cm et BC = 12 cm , trouver AD
- 23) Démonstration théorique (pour les excellents); Soit ABC un triangle tel que . $(a+b+c)\,(a+b-c)-k\,ab\,demontrer\,que: K\in J0\;,\; 4[\;,puis trouver la m(\;)'|C)\,dans \\ k=1$

Applications de la vie quotidienne :

24 Distances: Kanın prend son moto de la ville C pour aller à la ville A passant par la ville B.

Il roule à une vitesse uniforme 36 km/h puis il rentre de la ville e vers la ville A à une vitesse uniforme 42 km/h. Trouvez :

- a La distance, en km, entre la ville C et la ville A.
- b Le temps total, en minutes, du voyage.
- 25) Planification urbaine: Un ingémeur a dessiné le plan d'un bâtunent sous la forme d'un octogone régulier de 6 mètres de cotés, trouver les longueurs des diagonales HB HC HD



129

26 Découvrir l'erreur. ABC est un trangle dans lequel a 7 ont, le 10 cm, c = 5 cm et m(\(A \) = 41.62° Trouver m(\(B \))



1.
$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{a^2 + c^2}$$

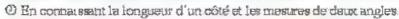
$$\therefore \cos B = \frac{(7)^2 + (5)^2 - (10)^2}{2 - 7 - 5} = -0.3714$$

Résumé de l'unité

1 Loi de sinus Dans tout triangle les longueurs des côtés sont proportionnelles aux anus des angles opposés C'est-à-dire que Dans un triangle ABC en a

(où r est le rayon du carele circonsont au tijangle ABC)

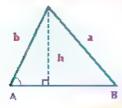
Nous pouvons utiliser cette loi pour résoudre le thangle dans les cas auvanter



② En connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre eux.

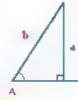
2 Déterminé le nombre des triangles et le cas ambigu :

Cas ambigu: Etant donné les longueurs de deux côtes et la mesure d'un angle opposé à l'un des eux côtés de longueurs données



Un mangle unique

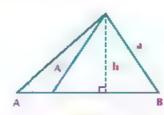
a≤b





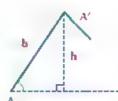


a h



Deux triangles

h < a < b



Aucune triangle

Aire d'un triangle = la morté du produit des longueurs de deux cotés par la sinus de

l'angle compris entre eux.

 $A(\Delta AEC) = \frac{1}{2}$ ab an $C = \frac{1}{2}$ ac an $E = \frac{1}{2}$ be an A

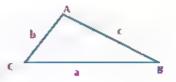
Loi de cosinus; Dans tout mangle, on a



b e + a - 2c a cos B on en déduit que cos B



$$c^2 + b^3 - 2a b \cos C$$
 on ea déduit que $\cos C = \frac{a^2 + b^2}{2ab}$



Utilisé la règle de cosinus pour résoudre un triangle : On peut utiliser la règle de cosinus pour résoudre un triangle en comaissant

- O les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre eux.
- O les longueurs de ses trois côtes
- Dies longueurs de deux côtes et la mesure de l'angle compris entre eux. La loi de cosinus cifre une méthode permettant d'éviter le cas ambigu rencontré lors de l'étude de la loi de sinus. Pour trouver la longueur du troisième côté en utilisant la loi de cosinus on obtient une équation du second degré dont le nombre de solutions est égal au nombre de triangles possibles.



Complétez ce qui suit :

- Dans un triangle les longueurs des côtés sont proportionnels aux
- (2) On peut utiliser la loi des cosinus pour Calculez les mesures des angles d'un triangle en connaissant ou
- (3) Le côté qui est la plus grande longueur est opposé
- (4) On peut util, ser .a. o. des sucus pour ca. duler la .ongueur d'un côté d'un triangle en connaissant
- S Réscudre un trigagle veut dure trouver et a cin comatrau mas

Choisis la bonne réponse:

- (b) XYZ est un triangle tel que x = 15 cm y = 25 cm et z = 35 cm alors la mesure du plus grand angle du triangle
 - a 150° (\$ 120° (\$ 140° d) 90
- ABC est un triangle tel que a -4 cm , b = 7 cm et , m(_C) = 100°, alors son aire
 - a 14 cm² b 7√3 cm² to 28cm² d 7√2 cm²
- (B) XYZ La longueur d'un côté d'un triangle équilatéral est 10 √3 cm alors la longueur du rayon du cercle circonscnt au triangle
 - # 5 cm (b 10 cm (c 15 cm (d 20 cm
- La longueur du rayon du cercle circonsent au thangle XYZ dont m. C) = 30° alors a
- Soit XYZ in thangle to, que y = 10 0 cm m _ X) = 71° 48° m(_Z) = 48°12° calculez x et z
- (i) Soit ABC un triangle tel que c 16 1 cm, m(_ A) 33°18′ m(_ B) 43°11′ calculez a b et la longueur du rayon du cercle circonscrit au triangle ABC
- (2) Calculez le pénmètre d'un mangle ABC tel que c 87cm m(_A) 77°13° m(_/B) = 64°18°
- (3) Calculez I aire du cercle circonscrit au triangle ABC tel que a l'olom et mi / A, 60° Arrondissez le résultat à une unité près

- (14) Sont ABC un triangle tel que AC 4,7 cm, m(\(\subset \) = 34°, m(\(\subset \) C) 66°, calculez la longueur de \(\overline{BC} \), pars le périmètre du cercle circonscrit au triangle ABC.
- (15) Si le périmètre d'un triangle ABC est des 40 cm, m(/ A) 44°, m(/ B) 66°, Trouvez les longueurs des côtés du triangle.
- 16 Si l'aire d'un mangle ABC est de 450 cm², m(/ B) 82°, m(/ C) 56° calculez a?
- Démonstration théorique; Démontrez que l'aire d'un triangle ABC est égale a abc où r est le rayon du cercle circonsent au triangle
- Trouvez la mesure du plus grand angle du triangle ABC tel que a 6 cm b = 10 cm et c = 14 cm
- Trouvez la mesure du plus petit angle du triangle ABC tel que a ~ 7 cm b ~ 5 cm et c ~ 10 cm
- 20 Trouvez les mesures des angles du triangle ABC tel que a 7,6 cm, b 5,8 cm et c 3,4 cm
- 21) ABC est un triangle tel que a 12 cm, b 13 cm et c 10 cm. Trouvez m(A) à une minute près puis calculer le rayon du cercle circonsont au triangle
- 22 Sont ABC un triangle tel que a 13 cm, b 14 cm et c 15 cm. Tronvez m(/ B), puis calculez l'aire du triangle ABC à un centimètre carré près
- 23 Sout ABC un triangle tel que m(_ C) 96° 23', a 7cm,b 9cm. Trouvez.
 - a c b l'aire du triangle ABC à un contemètre carré près
 - Le rayen du corcle circonscrit au triangle ABC à un contimètre près
- 24 Si le périmètre d'un triangle ABC est 52 cm, a 13 cm et b 17 cm, calculer la mesure du plus grand angle du triangle puis calculer son aire à un centimètre carré près
- 25) Résolvez A ABC si.
 - a 12cm, m(/B) 59°, m(/C) 73°
 - b m(/A) 75° 35'; a 17 cm ; b = 5.6cm
 - © m(∠A) =73° 10°; a ·135°; c=171cm
 - d $\operatorname{m}(\angle B) = 36^\circ$; b $\Rightarrow 5.37$ cm ; c = 4 cm
 - $m(/A) \cdot 153^{\circ} \cdot 12^{\circ}$; b = c 6 cm
 - f a 5cm ; b ≥ 8cm ; c ⇒ 7cm
 - g m(∠A)= 60°; b =8cm; c=15cm
 - h a = 14cm; $m(\angle B)$ 53°, c= 12cm
 - i a = 11cm; b = 9cm; m(/C) 43° 12'

Démonstration théorique

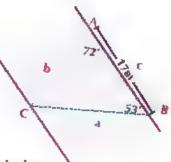
- 26 Dans un triangle ABC, démontrez que :
 - $a^2 = b^2 + e^2$ 2bc cos A si a = 4 cm, b = 5 cm, e = 6 cm, Démontrez que cos C cos 2 A Démontrez ensuite que l'aixe du triangle ABC $\equiv \frac{15\sqrt{7}}{4}$ cm²

Applications géométriques

- 27. ABCD est un parallélogramme tel que AB 18 cm , m(/CAB) 36°, m(/EBA) 44°. Trouvez la longueur de la diagonale AC
- 28 ABCD est un quadruatère tel que CD 100 cm m(/ BCA) 30° m(BDA) 55° m(BCD) S5° m(CDA) 87° Trouvez à un centimètre près la longueur de BD AC
- ABCD est un trapèze tel que AD , B C BC = 15 cm , m(∠E) = 118°, m(∠E) = 64°, m(∠CAD) = 24° Trouvez, à un centième près.
 a la longueur de AD , BC .
 b 1'aire du trapèze ABCD.
- (3) ABCD est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en M AC = 16 cm BD = 10 cm m (2 AMB) 54° Trouvez AD a un centimètre près
- (31) ABCD est un quadrilatere tel que AB AD 9 cm, BC 5 cm, CD 8 cm et AC 11 cm. Démontrez que ABCD est un quadrilatère inscriptible
- Démonstration théorique : Dans un triangle ABC , démontrez que $\frac{a}{\sin A}$ b , then prove that the area of the triangle is given by plus démontrez A(AABC) $\frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$, Calculez ensuite l'aire du triangle sachant que $\frac{a}{2} \sin A = 2\sqrt{3}$ cm ,m(\(\subseteq B \)) 30°, m(\(\subseteq C \)) 135°
- 33. Démonstration théorique (pour les excellents): Dans un trangle ABC, démontrez que $\frac{1}{c \sin A} + \frac{1}{a \sin B} + \frac{1}{b \sin C} + \frac{p}{\Delta}$, où p est le demi périmètre du triangle ABC et Δ son aire,
- 34) ABCD est un pentagone régulier de longueur de côté 18,26 cm . Trouvez la longueur de sa diagonale \overline{AC}

Applications de la vie quotidienne :

- 35 Deux signaux A et B distants de 17 mètres sont placés sur le même bord d'un ruisseau. Un autre signal est placé au point C situé sur l'autre bord du ruisseau tel que m(∠BAC) ~ 72° et m(∠ABC) ~ 53° Trouvez:
 - a la distance entre les deux signaux A et C à un mêtre prés.
 - b la distance, à un contième de metre près, entre les deux bords du ruisseau en supposant qu'ils soient parallèles
- 36 Expositions d'arts: Dans une exposition, une photo est accrochée à un clou fixe sur un mur à l'aide d'un fil attaché à deux annaux situes aux deux extrémités supérieures de la photo du Si la longueur du fil de chaque côté du clou est 30 cm et la mesure les deux parties du fil est 50° , Trouvez la distance entre les deux annaux à un centumètre près.





Éprouve cumulative



Questions à choix multiples

Sans utiliser une calculatrice, la valeur de cos 120'.

B 1

.b 1/2

s 43

d 2

(2) Laquelle parmi les angles suivants a la sinus et la cosmus sont négatives ?

a 52"

₿ 150°

© 200°

d 315°

(3) Quelle la valeur de h dans l'enclin et contre à un dixième près ?

a 5.8

b 61

c 123

d 19.1

20

(4) Quelle est la valour de a à un doncème près dans le triangle ABC si b 6 cm, c 7 cm et in(\(\sum A \)) -30°;

3.4cm

b 3,5cm

9 3.6 cm

d 6.6 cm

(5) St le coté final d'un angle en position simple de mesure égale à θ coupe le cercle unitaire au point de coordonnées $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, alors $\tan \theta$ est égale à

 $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

b <u>√3</u>

19 4

d √3

(6) L'identité trigonométrique rehant entre tan E et sec E est

a tan' H 1 - Sec H

b sec H 1 tan E

c tan E - Sec E 1

d tan' E+1 sec E

7 Le rayon du oercle circonscrit au triangle ABC tel que mi A = 50° et a = 2.473 cm, est égale à

2cm

b /3 cm

10 2/3 cm

d 13 cm

6 Dans le trangle LMN, l'expression $\frac{m^2 + n^2 - \ell^2}{2 \text{ mn}}$ est égale à:

a cos M

- - -

c cos L

d an M

Questions à réponses courtes :

Trouvez la valeur exacte de chacun de ce qui suit:

sin 225

, b sec 150°

10 tan 3/1.

 $d \cos \frac{7n}{6}$

Trouvez deux angles l'un est de mesure positive et l'autre de mesure négative dont le coté final est superposable à cetui de l'angle donné dans chacun de ce qui suit

a 135"

.b. 315°

@ 45*

d 277

Transformez l'angle mestré en degrés en radian et réciproquement dans chacun des cas suivants

300 T

(b -135)

(,c₂ 877

d 77

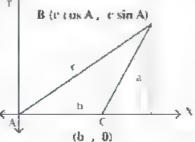
- 12 Frouvez la longueur de l'arc intercepté par un angle au centre de 210° de mesuré dans un cercle de 6 cm de rayon (La longueur de l'arc $\ell = Q^{rd}$)
- 13 5, sm A = $\frac{9}{13}$ où $\frac{\pi}{2}$ < A < π , Tan B = $\frac{3}{4}$ so π < B < $\frac{3\pi}{2}$ trouvez la valeur de sinA cosB + cos A s.n B.

Trouvez les rapports ingonométriques de deux angle A et B le quadrant dans lequel l'angle est sitté puis substituez dans l'expression donnée

- The Dans le triangle XYZ si x = 10 cm, $m(\angle X) = 30^\circ$, $m(\angle Y) = 45^\circ$, trouvez y à un dixième près
- (15) ABC est un triangle dans lequel $a=4~\mathrm{cm}$, $b=5~\mathrm{cm}$ et $c=6~\mathrm{cm}$. Calculez la mesure de son plus grand angle puis déterminez son aire.

Questions à réponses longues :

- (6) ABC est un triangle tel que $m(\angle A) = \frac{2}{3} m(\angle B) = \frac{1}{2} m(\angle C)$ et le rayon du cercle circonscrit nu triangle est égale à 10 cm. Calculer l'aire du triangle ABC.
- (7) ABC est un triangle dans lequel a = 13 cm , b = 14 cm et c = 15 cm. Calculez la longueur de son cercle circonscrit.
- (8) Résoudre le triangle LMN tel que m = 17 cm, $m(_L) = 33^{\circ}$ 16 et $m(\angle N) = 44^{\circ}$ 19 en arrondissant la longueur à un centimètre près et la mesure de l'angle à un degré près
- 19 Dans chacun des cas autvants, indiquez si le triangle a une γ solution unique, deux solutions on n'a pas de solution. Trouvez les solutions possibles puis donnez les longueurs approchées a un décimal près et les mesures des angles à un dégré près.



- a = 20cm, b = 28cm, m(∠ A) = 42°
- **b** $a = 5 \text{ cm}, b = 7 \text{ cm}, m(/A) = 60^{\circ}$
- Φ a = 15cm, b = 10cm, m(\angle A) = 120°
- 20) Dans la figure ci-contre démontrez que : $a^2 = b^2 + c^2 - 2b c \cos A$

(Util.sez la loi de la distance entre deux points pour trouver BC2)

Vous avez besoin d'une aide supplémentaire

No	1	2	3	4	5	Ğ	7	8	9	10
Referes à	Cuchyfourks sulfritume	Sanpdonces antärvanns	pudaj	HIS N	(अञ्चाप्रशिक्षादर्ध अपद्मित्र्यादर	depart.	25 4 4	14.4	Recin	E 12
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	Compelences materiorism	Ç outpettences sambijic urtoş	Mendigle Secondiffic	5 pt El →	todar Todar	4	1.4.	大香·	+ cych	cyrm Crymelanes mildiones 2-4

Épreuves générales

Épreuve (1)

Algèbre

Répondez aux questions suivantes:

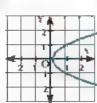
Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

(1) Si 5x - 2 alors 25 -

a 10

d 4

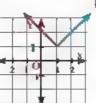
Parmi les figures survantes, la figure qui représente une fonction est :

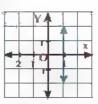


B



: 0





3 Si la courbe y $\log_4(1-a-t)$ passe par le point de coordonnées $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$, alors a

b 3

0 4

Parm les fonctions définies et dessous suivantes, la fonction injective est

 $a f_1(t) + x + 2$ $b f_2(t) + x^2$ $c f_2(t) = x^2$ $d f_3(t) = 5$

Question (2):

Determinez l'ensemble de définition de chaquie des fonctions survantes

 $a f(i) = \frac{1}{\sqrt{1-i}}$

b $g(\tau) = \frac{s+1}{\tau^2+1} + \frac{1}{\tau+1}$

(2) Si f est une fonction telle que f(X) $\begin{cases} \vec{v} & \text{si} & t > 0 \\ 2 + n & v < 0 \end{cases}$ Tracez la courbe représentative de fDu graphique, Trouvez l'ensemble image de la fonction

Question (3):

(1) Soient $f_1 \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tel que $f_1(\mathbf{x}) = 3\mathbf{x} = 1$, $f_2 = [2,3] \longrightarrow \mathbb{R}$, tel que $f_2(\mathbf{x}) = 3$ 2x. Tracez la courbe representative de la fonction $(f_1 + f_2)$ (x) en déterminant son ensemble de définition,

(2) Trouvez la fonction réciproque de la fonction d'équation y x + 1 puis représentez les deux fonctions dans un même quadrillage

Ouestion (4):

 $ag{1}$ Trouvez, dans $\mathbb R$ l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes :

a $\log_{4} x - 1 - \log_{4}(x - 3)$

$$(\tilde{\mathbf{b}}_{-1}\mathbf{x}+\mathbf{2})=(x-3)$$

(2) Utilisez la courbe représentative de la fonction $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2$ pour tracer la courbe de chacune des fonctions suivantes:

2 f(t)==3-3

Épreuve (2)

Algèbre

Répondez aux questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

(1) Sr3 * 2 * 2 alors t

a 3

b 2

d 2

2) Si y 🔻 alors la fonction réciproque de cette fonction est y

 $a y = \frac{1}{2}x^3$ $b y = x^3 - 1$

of yur 1

(3) Si f est une fonction impaire défine sur l'intervalle [x, x] alors f(x) = f(x)

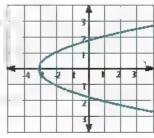
a 2x

b n'est pas définie 6 -21

d 0

(4) La courbe représentée dans la figure ci-contre est symétrique par rapport à la droite d'équation :





Question (2):

- (1) Si $f(x) = a^x$, demontrer que l'expression $\frac{1}{f(t)} = \frac{1}{f(t)}$ admet une valeur constante quelque soit la valeur de x.
- (2) Trouvez l'ensemble de définition de la fonction f telle que f(v) log v

Epreuve générales

Question (3):

 Utilisez la courbe représentative de la fonction f(x) x, pour tracer la courbe de chacune des fonctions survantes :

$$f_1(x) = |x| + 1$$

(2) Tracez la courbe représentative de chacune des fonctions survantes, puis déterminez l'ensemble image et étudiez le sens de variation de la fonction:

a
$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

b
$$f(x) = x^2 - 4x + 5$$
, $x \in [0, 4]$

Question (4):

(1) Etudiez la parité de chacune des fonctions survantes.

$$\mathbf{a}/f_{\mathbf{I}}(x) = x \cos x$$

$$P(x) = \begin{cases} x_0 & \text{if } x > 0 \\ x_0 & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

$$c f_1(x) = x^2 x! - 1$$

2 Trouvez dans R l'ensemble des solutions des équations survantes

Épreuve (3)

Algèbre

Répondez anx questions suivantes:

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

(1) La courbe de la fonction f telle que f(x) $\begin{cases} 2 & \text{si } r > 0 \\ -2 & \text{st symétrique par rapport} \end{cases}$ est symétrique par rapport au point de coordonnées :

(2) Soit la fonction exponentielle f telle que f(.) a (a 1) alors f(t) > 1 pour

$$\mathbf{p}$$
 $x \in \mathbf{Z}$

- (3) L'arre de la partie comprise entre les deux courbes des fonctions f(x) = x + 3 2 et g(x) = 0est
 - p 2



a (4)

b #3

10 3

q (-3)

Ouestion (2)

- Mettez sous la forme la plus ample l'expression log_{in} x + log_{in} y
- (2) St f(x) = 21 trouvez la valeur de x qui vérifie l'équation f(x=1) f(x=1) = 24

Question (3)

- (1) Ecrivez la règie de la droite dont la penie est égale à 1 et coupe une partie égale à 3 de l'axe des ordonnées
- (2) Tracez la courbe representative de la fonction tel que f(x) = (x 2) xi. Du graphique Trouvez l'ensemble image de la fonction et étudiez le sens de vanation de f

Question (4)

(1) Util. sez la courbe représentative de la fonction f(x) = x³ pour tracez la courbe de chacune des fonctions su vantes

a
$$f(x) = (x+1)^3$$

• **b**
$$f_2(x) = x^3 + 1$$

(2) Trouvez l'ensemble des solutions de l'équation Ex 3= 11

Épreuve (4)

Algebre

Répondez aux questions suivantes:

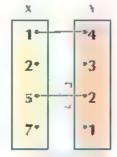
Question (1) Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

(1) L'ensemble de définition de la fonction $j(x) = \log_{1-x} x$ est

(2) Si la fonction f est telle que f(1) - 1 alors le centre de symétrie de la courbe de la fonction f(x+1) est

(3) La figure or contre représente une fonction $f(X) \to Y$ alors $f^{1}(4)$





Apreuve générales

(4) La courbe de la fonction $g(x) = x^2 + 4 ext^2$ mage de le courbe de la fonction $f(x) = x^2$ par la translation d'amplitude 4 unités dans la direction de

a OX

b OX⁶

d OY

Question (2):

- 1) Tracez la courbe representative de la fonction $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tel que $f(x) = 2^{x}$, $x \in [3; 4]$ Du graphique, Trouvez une valeur approchée de f(1.5), $(4\sqrt{2})$
- (2) Sans utiliser la calculatrice, trouvez la valeur de log25 + log64 log64

Ouestion (3):

- (1) St $f(t_i = t' + 1 g(t_i) = t + 1$, tracez la courbe de la fonction $f(t_i)$ en précisant l'ensemble de définition, l'ensemble image puis étudiez le sens de variation de la fonction
- (2) Trouvez l'ensemble des solutions de l'équation ; at + 31 + 2r = 0

Ouestion (4):

(1) Trouvez l'ensemble des solutions des équations :

4 13 x+2 1+5= = 9

- Tracez une combe qui vénfie les condinons survantes ;
 - passe par les points de cordonnées (0 °) (? °) (3 7) et qui représente une fonction paire
 - b passe par les points de cordonnées (0, 0), (2; 1), (3, 5) et qui représente une fonction пиране

Epreuve (5)

Algèbre

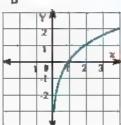
Répondez aux questions suivantes :

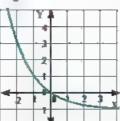
Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

(1) La fonction $f(x) = 2^x$ est représentée par le graphique :

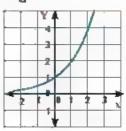
8







d



(2) L'expression $\frac{3 \log^2}{\log 4 + \log 3}$ est équivalente à l'expression

- # log, 2 | b log, 2
- ig log 3
- d log, 8

(3) Si $f(v) = \sqrt{4 - v^2}$ alors l'ensemble de définition de f(v)

- a [-2:2] b [-2:2]
- 19 [-2:2]
- d 1-2:21

(4) Si la fonction fest une fonction paire sur [a, b] alors b :

- ва

Question (2):

- (1) St la courbe de la fonction $f(t) = \log_2 t$ passe par le point (4, 2), trouvez la valeur de a Tracez ensuite la courbe de la fonction dans l'intervalle [3;3]
- 2 Trouvez l'ensemble solution de l'équation : $x^{\frac{4}{3}} \cdot 10x^{\frac{7}{3}} + 9 = 0$

Question (3):

- Trouvez l'ensemble solution de l'inéquation 3x Z_i > 7
- (2) Utilisez la courbe représentative de la fonction f(x) = x pour tracer la courbe de chacune des fonctions suvantes:
 - $a f_1(t) = 4 + t$ $b f_2(t) = t 1$

Question (4):

- (1) Démontrez que la fonction (1) = $\frac{1}{1}$ est une fonction paire puis tracez la courbe représentative de f, pars trouvez l'ensemble des solutions de l'équation f(x) = 0 et vérifiez votre réponse
- 2 Déterminez a ; b et c pour que f(x) = g(x) où $f(x) = (a + b) x^3 2$, $g(\tau) = \tau^3 + (a + c)\tau + b$ puis tracez la courbe représentative de f, et déterminez le sens de variation de f.

Répondez anx questions suivantes :

Question (1): Choixissez la bonne réponse parmi les réponses proposées .

$$\begin{array}{ccc}
\text{(1)} & \lim_{\lambda \to +\infty} & \frac{x^2 + 5}{\lambda(2x^2 - 3)}
\end{array}$$

(2) Dans un triangle ABC si 4 sin A= 3 sin B=6 sin C, alors m(\(\subseteq C \))

- à 89°
- b 29°
- d 82°

(3) Si f telle que $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 2a, & x = 1 \end{cases}$ est une fonction continue en x = 1, alors la valeur de a

- a ()
- b -2 6 2

4 Dans le mangle XYZ, l'expression $\frac{(x^2+y^2-z^2)}{2(xy)}$ est égale à

- e cos X

- d sm Z

Question (2):

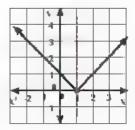
- a $\lim_{t\to 0} \frac{x^3-32}{x^2+3x+10}$ b $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x + 5\sin 3x}{x}$

(2) Résolvez le triangle acutangle ABC tel que a $-21\,\mathrm{cm}$, $B-25\,\mathrm{cm}$ et la longueur du diamètre du cercle circonscrit au triangle est 28 cm.

Question (3):

- 1) A l'aide de la représentation graphique di-contre Trouvez.
 - $\mathbf{a} \lim_{x \to 1} \mathbf{f}(x)$
- b lm f(t) 10 f(1)=

 Soit ABOD un parallélogramme tel que m(_A) 50°. m(/ DBC) 70°, BD 8cm, calculez le pérmètre du parallelogramme



Question (4):

- (1) Soit ABC un triangle tel que a 5 cm, b 7 cm et m(_A) 40° Calculez m(_B)
- (2) Trouvez la valeur de a pour que la fonction f soit continue on x 2 où

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \ge 2 \\ x - 2a & \text{si } x \le 2 \end{cases}$$

Répondez aux questions snivantes :

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées .

(2) Dans un triangle ABC, cos (A + B)

a a b c b a c b c b c b c a b a b a b

(3) Si ABC est un triangle tel que sin A sin B sin C alors a b c

1b 8:5 6 1c 7:2:4

G 1

Question (2):

- Question (2): (1) So la fonction f telle que $f(x) = \begin{cases} x^2 2x 1 \\ x + 3 \end{cases}$ est continue en x = 3, trouvez la x + 3
- (2) Soit ABC un triangle tel que $\frac{1}{3} \sin A = \frac{1}{4} \sin B = \frac{1}{5} \sin C$. Trouvez m('C), et si le péninètre du triangle - 24 om caloulez son aire.

Question (3):

- 1 Trouvez : han 12 sin 3:
- Résolvez le triangle ABC tel que a 9cm, b 15cm, m(__C) 106°

Question (4):

- (1) Trouvez lim (4-3)3-1
- (2) Sort ABCD un quadrilatère tel que AB 27 cm, BC 12 cm, CD 8 cm, DA = 12 cm ét AC 18 cm. Démontrez que AC est une bissectace de / BAD puis calculez l'aire du quadrilatère ABCD.

Epreuve (8)

Calcul différentiel et trigonométrie

Répondez aux questions suivantes :

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

- (2) St ABC est un triangle tel que a 6, m(ZB) 2 m(A) 80° alors c
- b sin 60° c sin 40° 6 sin 50°

- 3 lm 12+11-2+1

- (4) Dans un triangle XYZ, si $\frac{\sin X}{3} = \frac{\sin Y}{4} = \frac{\sin Z}{5}$ alors a mesure du plus grand angle du tnangle est
 - a 60°
- b 75°
- c 90°
- d 120°

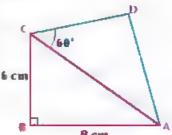
Onestion (2):

- (1) Etudiez l'existence de $\lim_{x \to 3} f(x)$ si $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 \cdot 7x 12}{x^2} & \text{si } x > 3 \\ \frac{x^2 \cdot 7}{x^2} & \text{si } x < 3 \end{cases}$
- (2) Sout ABC un triangle tel que m(_A) m(_B) m(_C) 3 4 3 St a 5 cm calculez le pénnètre du triangle.

Question (3):

Calculez la hm 1-17

- b am i smile
- (2) Dans la figure ci contre, ABCD est un quadrilatère tel que AB 8cm, BC = 6cm, m(/B) 90°, DC = 5 cm, m(/ACD) — 60°. Calculer l'aire du cercle circonsent au mangle ADC



Question (4):

Etudiez la continuité de la fonction f telle que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 - x - 2}{\lambda - 2} & \text{si } x > -2 \\ 3x - 5 & \text{si } x \le 2 \end{cases} \text{ en } x = -2$$

(2) Résolvez le triangle ABC tel que a - 5cm, b 2c = 8cm.

Épreuve (9)

Calcul differențiel et trigonométrie

Répondez aux questions suivantes :

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées .

$$\bigcirc \lim_{k \to 1} \frac{e^{t-1}}{t-1} =$$

d 0

2 Dans un triangle ABC, on a ab = an A

(3) So la fonction f telle que $f(\tau) = \begin{cases} \frac{\sin a.\tau}{\tau} & x \neq 0 \\ 3 & \tau = 0 \end{cases}$ est continue en x = 0, alors a

- a 1
- b 2

(4) Dans un triangle XYZ si x=y, alors cos x=

- $\mathbf{a} = \frac{2y}{2}, \qquad \mathbf{b} = \frac{z^2}{2}, \qquad \mathbf{c} = \frac{z}{2}$

Onestion (2):

Trouvez la valeur de a $\lim_{t\to 0} \frac{\sqrt{t-4}}{t^2+t}$ b $\lim_{t\to 0} \frac{1}{t^2+t}$

(2) Soit ABC un triangle tel que $m(\angle A) = 35^{\circ}$, a = 8cm, b = 6cm. Trouvez $m(\angle B)$.

Question (3):

(1) Etudiez la continuité de la fonction f telle que f(x) $\begin{cases} \frac{t^2+3}{t^2-2} & \text{si } t > 1 \\ \frac{t^2-2}{t^2-2} & \text{si } t < 1 \end{cases}$ en x = 1

(2) Si le périmètre d'un pentagone régulier est égal à 30 cm, calculez son aire.

Onestion (4):

(f) ABCD est un parallélogramme de pénmètre 20 cm. Si les longueurs de deux côtés consécutifs sont dans le rapport 2 3 et si BD 8 cm, calculez la longueur de AC

(2) St $\lim_{\epsilon \to 0} f(\epsilon)$ 2 où $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{\epsilon} & \text{si } \epsilon > 0 \\ a \cos 2x & \text{si } \epsilon < 0 \end{cases}$ trouvez la valeur de a

Épreuve (10)

Calcul différentiel et trigonométrie

Répondez aux questions suivantes :

Question (1): Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées.

B mann

 $\mathbf{C} = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{p}} (\mathbf{g})_{\mathbf{p} \cdot \mathbf{m}}$

(2) Dans un triangle ABC, on a sin A B sin B

(3) lim 5 1"
A 5 B 5

(4) La mesure du plus grand augle dans un triangle ayant pour longueurs de côtés 6 cm., 10 cm. et 14 cm est égale à

A 120°

B 150°

C 135°

Question (2):

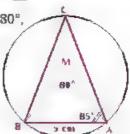
(1) Enducy I existence d'une limite de la fonction f(x) $\begin{cases}
\frac{\tan 2x}{\sin x} & \text{si } x > 0 \\
\frac{\sin x}{\sin x} & \text{for sque } x \to 0
\end{cases}$

(2) Résolvez le triangle ABC tel que a = 5 cm, b = 7 cm, m(∠C) = 65°.

Question (3):

Question (3): $\begin{cases} \frac{1}{1+8} & \text{si } t \neq 2 \\ \frac{1}{1+8} & \text{si } t \neq 2 \end{cases}$ Trouvez la valeur de impour que la fonction f sort continue sa chant que f(x): $\begin{cases} \frac{1}{1+8} & \text{si } t \neq 2 \\ \frac{1}{1+8} & \text{si } t \neq 2 \end{cases}$

 Dans la figure ci contre, M est un cercle, AB Som, in(AMB) 80° m(/ CAB) = 85° Trouvez: 🤚 le périmètre du triangle ABC b l'aire du cercle M



Ouestion (4):

1 Trouvez $\lim_{x \to +2} \frac{(x+3)^2-1}{x+2}$

(2) Dans chacen des cas survants Indiquez si le triangle ABC admet une solution ou deux solutions ou n'a pas de solutions en approchant le résultat à un dixième près

a m(/A) 105', a 8 cm, b = 5 cm

b m(/A) - 47, a = 4 cm, b = 6 cm

Réponses de quelques exercices

Unite 3 Foresigns seedles of popularistical graphique

Répanses despetques exercices de la leços , 1)

- 🗗 la minung qui représente qua fogoben est à
- (3) L'ensemble image $\approx [3.3] \cup \{4\}$
- 金田 四十年
- 金田 田 (8) Laummbie mige 11 .0
- 50 a h(_D) = 80 om/s
 - (b #(150) = 80 om/b
 - # A C ... 4 = 1... +\$90 = 40 cm. K
- 14 p 55000 15.00
 - B #10000) = 22500
- 32 ft) = f
 - (e) /(3) = 9

Réputes despeiques exercices de la leçon (2)

- In conthe not symmetry we reppert to haxedonx (I) a (I)
 - La trourbe est symétrique par rapport à Later deary (i)
 - La courbe aut symétoque par repport à I on gase (1) (3)
- (a) (operago pausas (n) : #) fonotions impairon (b) $(0) \cdot (0)$ foodbook to chips to impatres (d) (e.,
- The state of the s #UDITE
- 🕉 e o paure de amphire de si quier et DESIGNATION
- (7) Re(1) Reservable storage = (1) oil , is est prace protein Fig. C^* Hammiltonings $\phi[C, C] = \{0\}$, we then
 - By & Buently sunge = [7 , 6] what par
 - Fig (4: Executible terrige 本意。(0) important
- B a percipations intech Ass d o ne most par injoch ven

Reponent de quadques exercicas de la tayon (3)

- (1) hg (1) Bijannble.amage ≠堆 [-2:2] Crocesante sur 1-0 01 10 . m fig 💯 Ensemble program (D \Rightarrow décronmate air [42 : 0] . 12 : 40 decreasing over [0] of fig.(4) Ensimble unique = \mathbb{R} , [0, 3]Charasana sur] on U[,]0 on[
- A Finantile image = [1 : 6].

decreasing for . If a creating to sur

Bépasses de qualques exercices de (a) eços (4)

- (i) a C= 4

- த்து கிர சி b சி⊾ 1 3
- اخت الأرا

Réputaça do quelques exercices del alaçon (5)

- (0) (-1.5) (4) 401
- (2) (2:5) (B) (B) (a) (B)
 - (4)
- 16 (-4:10) 16 (4.5) (\$ (+)
- 13 N O, 第12 年 第2 月

Unité 2 Puissances et logarithmes

Bépasso de qualques exercices del alegos (1)

- (3) a.4 € ₹ 0 4 er ÷
- 4) <u>a</u> 4 <u>b</u> = o lo 4 VX *
- g 15 1 6 4)
- 7, 8 7 0 9 d. 和# ₹5
 - . (1:10) T (9.35)
 - 在 十27)

Lépreses de quélques esercions detaileçon , 2)

- () b = 9 # 2 x = =
- त क हैं. है कि दाद्यक्रक्रीम
 - b R ,0 in decrorasaute
 - a R to trottmate
 - d & |1 or croppenate
- (s) 237,26 L E
- (i) Y = 54000(0.1) N 54
- (7) 25 36400 (104)^H, 23831

Répresende quelques exercices del alogo (3)

- 第五 电工 10, C
- 2) 画(4) 题(4) St (2)
 - 重心 系位(3) 更有为
- (2) mi6 (b) 0
- (1) 2 ·
- (B) ± 2046
- Répunser de quelques exercises de taloçon (4)
- (3) \$ f 160 = 3 · (c · 2) das < ?

1 to 10 = 11+9 4 max 5 9

Députates de quelques essentres de la loçan (fi)

- - tel, by 4 nd E #8 1 13
- 2 F 100 = 108 1 3 V 7 "11"
- g 1=70 gg 121 🗸 4
- (B) A (6) E **新聞**
- 50 B 52 A 53 B
- 13 D
- \$\$ m 4 相母 速 3
- 36 a 27 順3 图3 9. 9 ±3 € 372

Réputates de quelques essente es de la Joção (A)

- (2) 6 4 重 1 10 3 1 0 <u>a</u> 1 £ 0
- 3 4 E 摄 米 0/
- 4 × 4 × ② a 0.4983 ld or
- 夏 1,1174 4 . ***
- (a) 27 portibres. (g) ± 3 b .Jⁿ 1 log 10 - 1

L'épanses de quelques exercices géneraux

- (ம்று b து ச இ a இ a
- · b tagbila
- b 44 6 " (2 p / I
 - d 18 31 F 23 3 2
 - 1 ...0 1 F
- (a E BR W
- a R R **d** . a - 25 1 64

Réponses de quelques eserciças de

- l'épreuve comulative 2 0 3
- J a 27 4 b 25
- 4, 6 7 6 89 Ø 12
- S x vr = D +x v 6 8 11 15

Unité 3 Limites et continuité

Répasses de queriques exercices de la Leças (1-)

o his fx = .	50.1 90° (2ntrum pas	e continue d'commune			
A		goninue f continue			
2 a tim Ar =1 to 1th .	Réparate de quelques exercices de la leçus , 6)	24 a k 5 b L = 4			
1 m 5x +4) L4	(1) continué én K =1 (2) continue en K =2	c k .0°			
10 m 3x + x 1	(3) containe en X=3	30cc 4 M 5			
	(4) it before the philips is a contrate of a				
ic m x · · ·	② comme en % ≈	Unité 4 Trigonométrie			
52 in 2 1 d	(6) contabé én K=0	Reparate de quelques exercicas de la legas (4)			
	(7) contique en R.	2 A b t = 5 4 3			
13.0	(B) continues a A.	(3) 20 cm (4) 113 cm (5) 4			
all ès sis	Commune ein B. O. 23	© A ② A ⊗ A T B SA C SA B			
Bey maner de quadques, exercices de la keçus $\{2\}$	🎉 commisse en 🐉 🤃 🗽	4.5			
1.5 24 34	(i) d'ontique en X+ (1 ; C)	Q\$ Q B =20,05°; C ≈ 137.95° · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
N 4 € 5A4 € 1	(Paminue en R. (2)	10 AC = 1461cm ; BC = 1659cm			
	18 сапилие са R. (1 - 2 - ил)	24 EE ~6m AC ~ .4.9 M			
25章 與事 · 23	où Y ∈ N	25 b 18 cm r 16 form			
16 1 10 16 方	(1€,0000000e en (24 2 ~ 191 ko. b ~ 69 44 km			
进步 数章 数章	_ ' _ '	7-			
6, 6, 6,	(1) (1 × 0 × 0 × 0 × 0 × 0 × 0 × 0 × 0 × 0 ×	Réponnes de quelques enter \hat{x} en de la Legos $(4-3)$			
Réparates despréségues exercites de latinçan (3)	₹ \$/₹ \$0 = ₹ \$ 1 = ###0.	€ 74381 (\$ 15,41 ° € 7 √12 mm			
2 7 (9, 7	L A COL LEGG	(B) & (0) A.			
4 = 3 " 16 =	* X 30 P 7x 1	海水 · 海市			
2 m (B) 5 4, 5	$22 \cap X^{1/2} \begin{cases} X^{-3} 0 & X - Y & Y - Y \\ & X - Y & X - Y \\ & & X - Y & X - Y \end{cases}$	質 · 2438*			
30 0 31 3 02 .	\$2.4 Xr = 4	夏 28.07 * 第 78.46			
製 1 20 2 5	Leos t X X 3	s. 11.49cm & 17.71cm			
28 7 28 . 30 a		(if BD = 10 cm iv :05√3 cm²			
4, 5	Heip dustein die systefapsteis en entol men geësteinstud.	A 25m (1) 39m (2) 39m			
$\mathfrak{N} = 52 \frac{1}{0} \mathfrak{M} = \frac{1}{2}$	电量电子量 电 方面	Reposites de gredigues executeur générales.			
新青 额 * 到 章	8, does not exists 1 1 5 11 9	1) a = 9 .5cm b = .4cm			
(1) at =4; (5) =4 (1)	包章 够用 超索 包含	t = [133mm			
Répusars de quelques exercicios de la loção (4)	(数·3 - 50 € (2) 建	(P) 20 40 am (P) 38 cm			
1' A 22 @ 8 C7	(a 1 A 2 6 7	∰ BC ≈ 81Acm.			
	(81 (80 (8 m)	consumference of engle = 5.4cm			
3 i 6	经产 网络 经	§ 109 lem : 1434cm , 1475cm			
30 310 €\$1 €\$\frac{3}{2}	192 184 Bi	24 108" 14" ; 45" "10"; 75" 5"			
(34) \$ (35) . QQ 28 QQ 65	401 (ni empondie 36.1	€ m (/A) =61° 16° : r = 0.64cm			
30 \$ 60 - ACT QC \$	a continue au l'annevall (C or f	数 m(/的 = 79°19°			
SO & STO GET	$\langle p \rangle A = \frac{1}{n^2}$ $B = -\frac{9}{n}$	S A of mangle = S4cm2* \$3 \overline{a} = c \in 12mm			
Represent de que signer exercices de la Legus (5)	Répaines de quelques exercides de paparette	b SAuftennight = 1.com			
(1) at 1 Fri	especial try	@ r ≃ 6em			
2 4 6 6	(1) 3, -2 (2) 3*	Réputes de qualques estables de l'épresse			
1 . 63 62	51, x2 - X +4 (C) 1	consequence de décardans electronia de palationes			
е пънше рен Еприме рен	6)4 64 64	♠ 8 ♠ D ♠ D			
♠ € 2		(5) D (5) D			
ja 1 ja 0	サルカ サルマ サルマ サルマ サルマ サルマ サルマ サルマ サルマ ラ	(€) = ₹289 € π ₹ € π ₹ 315°			
4 0 0	(1) f (1) f	€ 7g			

🍅 🗃 is part desperation (1900) of our last soon want

Датехняя риз.

63.3

Epreuves générales

Réponse des épreuves d'algèbre

Énceuve 1

Question (1):





Question (3):

Engemble de définition = [2 :3]

Onestion (4):

- (1) a Es semble des solutions = (4)
- (a) Ensemble des solutions = (a)

Epceuve 2

Ostention (1):



Question (2):

(1) de monstreta en (2) En embled estéfination =]1;=[-(2)

Question (3):

(2) a Hosemble mage = [0 ;w] b Ensemble image = [1:5]

Epreuve 3

Operation (2):

(C) 1 (T) 4

Catestion (3):

(1) 成功 =-北十五

Question (4)

(2) [7:4]

Epreuve 4

Question (1)

- (1)C (2) C 3) K (4) C

Question (2):

(D) 04 :505

Question (3):

(2) (3)

Question (4)

(1 + + 1-2) b 17:71

Epreuve 5

Question (1):

OD OC OA OB

Question (2):

(1) A=3 (2) (+27;-27;1;-1)

Question (3):

(1)路中臺灣

Question (d):

(2) A=3: B=-2: C=-3

Réponse des épreuves de calcul différentiel

Epreuve 6

Question (1):

(B) D (C) B To DB

Question (2):

- ①回學 原切
- (2) A=48" 15'; B=14'; G3"; C=68" 110 £ =26 cm

Questine (3):

- (1) (a) the f(x3 = 0 (b) the f(x) = 5.
 - c ((1) =0

Ouestion (4)

(2) A=--

Epreuve 7

Question (b):

(1) B (2) D (3) A (4) C

Question (2):

- DARWI
- (2) m (20) = 900 / Passes= 12 and

Question (3):

- (2) c = 18cm; B = 55° 10°; $(A) = 20^{\circ} 46^{\circ}$

Question (4):

(1) 1 (2) 1245 m

Epreuve 8

Quantina (1):

(1) C (2) B (3) D (6) C

Question (2):

(1)-L 2) permisere ~ 10 9cm

Question (3):

- (1) 四音 水五彩
- (2) 15 nom

Quantion (4):

- The est pas doctions
- (2) B = 125° p ; A = 30° 45'; C = 24° 48'

Epreuve 9

Question (1):

(1) A (2) C (3) E (3) B

Question (2):

- ODA h __
- (2) 43° 30"

Oureston (5):

1) continue (2) 41-our

Question (4):

148 da (2) 2

Epreuve 10

Question (1):

- (2) R
- (3) C Questino (2):

(2) 0 = 6.7 om; A = 42.50 ; B = 72.10

(A) A

Questian (3):

- (1) M =± 24
- (2) 19,12cm / 15,12 /t muter currier

Oranstion (4)

- (T)5
- (1) une seule solution m(... 8) = \$737

C=37º 521: 0 = 5.1 cm

المواصفات الغنية:

مقاس الكتاب: \(\frac{1}{\lambda} \) مقاس الكتاب: \(\frac{1}{\lambda} \) ألوان \(\frac{1}{\lambda} \) الوان \(\frac{1}{\lambda} \) الموان \(\frac{1}{\lambda} \) ورق المسان: \(\frac{1}{\lambda} \) \(\frac{1}{\lambda} \) حدد الصفحات: \(\frac{1}{\lambda} \) \(\frac{1}{\lambda} \) المفلاف \(\frac{1}{\lambda} \)

رقم الإيداع،١٦٨١٧/١٩٠٧

طبع بالهيئة العامة لشئون الطابع الأميرية طبع ٢٠٢٠/٢٠١٩

الهيئة العامة لشنون المطابع الأميرية

ربئيس مجلس الإدارة

A TOTAL MOTOR

مهندس/ عماد فوزي فرج محمد

جميع حقوق الطبع محفوظة لوزارة التربية والتعليم الفنى داخل جمهورية مصر العربية

